Info I – Übungsblatt 7

Joachim Breitner
mit Aufgaben von Christian Maier

http://www.joachim-breitner.de/wiki/Infotut

19. Dezember 2005

Unser Programm heute

1. Evaluation
2. Übungsblatt 6
3. Graphen
4. Algebra
5. Semi-Thue-Systeme
6. Übungsblatt 7

1. Evaluation
2. Übungsblatt 6
3. Graphen
4. Algebra
5. Semi-Thue-Systeme
6. Übungsblatt 7

Evaluationsergebnis

Danke an alle Teilnehmenden. Die Auswertung findet ihr auf meiner Homepage.

Auswertung der Tutoriums-Evaluation
Informatik I – Tutorium 6 – Joachim Breitner

Fragen

		<	≤	≥	>
1	Ich gehe regelmäßig ins Tutorium.			2	9
2	Im Tutorium ist es zu laut.	8	2		
3	Ich lerne sehr viel in der Übung.	5	4		
4	Ich lerne sehr viel in der Rechnerübung.	2	5	3	
5	Mehr Kommentare bei der Korrektur wären hilfreich.	3	3	4	2
6	Der Tutor soll über den Vorlesungsstoff weitergehendes behandeln.		4	5	1
7	Der Tutor soll mehr mit dem Beamer arbeiten.	4	5	2	
8	Ich bin der Meinung dass, sofern, überhaupt nicht gewesen ist.	2	1	2	5
9	Ich besuche zusätzlich andere Informatik-I-Tutorien.	11			
10	Ich bearbeite die Übungsblätter in einer Gruppe.	10	1		
11	Es sollen mehr Studenten an der Tafel vorrechnen.	2	7	1	1
12	Ich lerne sehr viel in der Vorlesung.	3	6	1	1
13	Ich fühle mich auf die Klausur gut vorbereitet.	2	2	6	1
14	Im Tutorium sollten weniger Themen intensiver behandelt werden.	1	6	4	
15	Ich schreibe ab.	8	1	1	
16	Der Tutor arbeitet zu viel mit dem Beamer.	3	6	2	
17	Der Tutor arbeitet zu viel mit der Tafel.	3	8		
18	Das Tutoriums-Material ist hilfreich.			7	4
19	Der Tutor soll mehr mit der Tafel arbeiten.	3	8		
20	Der Tutor soll besonders den Übungsblattstoff vorbereiten.	1	4	4	
21	Der Tutor korrigiert zu streng.	5	3	1	2
22	Der Tutor versteht meine (fachlichen!) Probleme.	1	1	5	3
23	Ich kann die Tafelanschriebe nicht enziffern.	4	3	4	
24	Ich würde dieses Tutorium wieder wählen.			6	5
25	Ich verstehe nicht, was der Tutor sagt.	6	3	1	1
26	Der Tutor soll besonders den Vorlesungsstoff wiederholen.	1	6	2	2
27	Meistens langweilige ich mich im Tutorium.	4	5	2	
28	Ich möchte an der Tafel vorrechnen dürfen.	4	4	2	
29	Der Tutor vermittelt den Stoff verständlich.			7	4
30	Die Geschwindigkeit im Tutorium ist zu schnell.	3	6	1	1
31	Ich lerne sehr viel im Tutorium.		4	6	1
32	Ich bin mit dem Tutorium insgesamt zufrieden.			5	6

Kommentare

Super!

Bestes Tutorium das ich habe.

Legende

< Ich stimme ganz und gar nicht zu. ≤ Ich stimme eher nicht zu.
≥ Ich stimme eher zu. > Ich stimme voll und ganz zu.

1. Evaluation
2. Übungsblatt 6
3. Graphen
4. Algebra
5. Semi-Thue-Systeme
6. Übungsblatt 7

Übungsblatt-Rückblick

Statistik

- Schnitt: 25 von 30 Punkten

1 Evaluation

2 Übungsblatt 6

3 Graphen

4 Algebra

5 Semi-Thue-Systeme

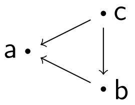
6 Übungsblatt 7

Grad der Ecke und des Graphen

- Für jede Ecke e definieren wir die Ausgangsmenge $e^{\cdot}$ und die Eingangsmenge ${}^{\cdot}e$. Das sind die Mengen der Kanten, die von e ausgehen bzw. zu e führen.
- $|e^{\cdot}|$ heißt Ausgangsgrad und $|{}^{\cdot}e|$ heißt Eingangsgrad.
- In einem ungerichteten Graphen gilt: $|e^{\cdot}| = |{}^{\cdot}e| = \text{grad}(e)$
- Für beliebige Graphen gilt:

$$\sum_{e \in E} |e^{\cdot}| = \sum_{e \in E} |{}^{\cdot}e|$$

Beispielgraph:



$a^{\cdot} =$ $\qquad$ $|a^{\cdot}| =$

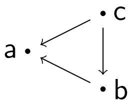
${}^{\cdot}a =$ $\qquad$ $|{}^{\cdot}a| =$

Grad der Ecke und des Graphen

- Für jede Ecke e definieren wir die Ausgangsmenge $e^{\cdot}$ und die Eingangsmenge ${}^{\cdot}e$. Das sind die Mengen der Kanten, die von e ausgehen bzw. zu e führen.
- $|e^{\cdot}|$ heißt Ausgangsgrad und $|{}^{\cdot}e|$ heißt Eingangsgrad.
- In einem ungerichteten Graphen gilt: $|e^{\cdot}| = |{}^{\cdot}e| = \text{grad}(e)$
- Für beliebige Graphen gilt:

$$\sum_{e \in E} |e^{\cdot}| = \sum_{e \in E} |{}^{\cdot}e|$$

Beispielgraph:



$a^{\cdot} =$ $\qquad$ $|a^{\cdot}| =$

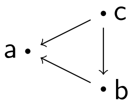
${}^{\cdot}a =$ $\qquad$ $|{}^{\cdot}a| =$

Grad der Ecke und des Graphen

- Für jede Ecke e definieren wir die Ausgangsmenge $e^{\cdot}$ und die Eingangsmenge ${}^{\cdot}e$. Das sind die Mengen der Kanten, die von e ausgehen bzw. zu e führen.
- $|e^{\cdot}|$ heißt Ausgangsgrad und $|{}^{\cdot}e|$ heißt Eingangsgrad.
- In einem ungerichteten Graphen gilt: $|e^{\cdot}| = |{}^{\cdot}e| = \text{grad}(e)$
- Für beliebige Graphen gilt:

$$\sum_{e \in E} |e^{\cdot}| = \sum_{e \in E} |{}^{\cdot}e|$$

Beispielgraph:



$a^{\cdot} =$

$|a^{\cdot}| =$

${}^{\cdot}a =$

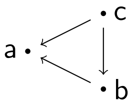
$|{}^{\cdot}a| =$

Grad der Ecke und des Graphen

- Für jede Ecke e definieren wir die Ausgangsmenge $e^{\cdot}$ und die Eingangsmenge ${}^{\cdot}e$. Das sind die Mengen der Kanten, die von e ausgehen bzw. zu e führen.
- $|e^{\cdot}|$ heißt Ausgangsgrad und $|{}^{\cdot}e|$ heißt Eingangsgrad.
- In einem ungerichteten Graphen gilt: $|e^{\cdot}| = |{}^{\cdot}e| = \text{grad}(e)$
- Für beliebige Graphen gilt:

$$\sum_{e \in E} |e^{\cdot}| = \sum_{e \in E} |{}^{\cdot}e|$$

Beispielgraph:



$a^{\cdot} =$ $|a^{\cdot}| =$

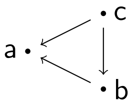
${}^{\cdot}a =$ $|{}^{\cdot}a| =$

Grad der Ecke und des Graphen

- Für jede Ecke e definieren wir die Ausgangsmenge $e^{\cdot}$ und die Eingangsmenge ${}^{\cdot}e$. Das sind die Mengen der Kanten, die von e ausgehen bzw. zu e führen.
- $|e^{\cdot}|$ heißt Ausgangsgrad und $|{}^{\cdot}e|$ heißt Eingangsgrad.
- In einem ungerichteten Graphen gilt: $|e^{\cdot}| = |{}^{\cdot}e| = \operatorname{grad}(e)$
- Für beliebige Graphen gilt:

$$\sum_{e \in E} |e^{\cdot}| = \sum_{e \in E} |{}^{\cdot}e|$$

Beispielgraph:



$a^{\cdot} = \emptyset$ $\qquad |a^{\cdot}| =$

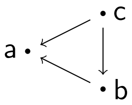
${}^{\cdot}a =$ $\qquad |{}^{\cdot}a| =$

Grad der Ecke und des Graphen

- Für jede Ecke e definieren wir die Ausgangsmenge $e^{\cdot}$ und die Eingangsmenge ${}^{\cdot}e$. Das sind die Mengen der Kanten, die von e ausgehen bzw. zu e führen.
- $|e^{\cdot}|$ heißt Ausgangsgrad und $|{}^{\cdot}e|$ heißt Eingangsgrad.
- In einem ungerichteten Graphen gilt: $|e^{\cdot}| = |{}^{\cdot}e| = \operatorname{grad}(e)$
- Für beliebige Graphen gilt:

$$\sum_{e \in E} |e^{\cdot}| = \sum_{e \in E} |{}^{\cdot}e|$$

Beispielgraph:



$a^{\cdot} = \emptyset$ $\qquad |a^{\cdot}| = 0$

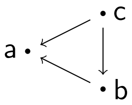
${}^{\cdot}a =$ $\qquad |{}^{\cdot}a| =$

Grad der Ecke und des Graphen

- Für jede Ecke e definieren wir die Ausgangsmenge $e^{\cdot}$ und die Eingangsmenge ${}^{\cdot}e$. Das sind die Mengen der Kanten, die von e ausgehen bzw. zu e führen.
- $|e^{\cdot}|$ heißt Ausgangsgrad und $|{}^{\cdot}e|$ heißt Eingangsgrad.
- In einem ungerichteten Graphen gilt: $|e^{\cdot}| = |{}^{\cdot}e| = \text{grad}(e)$
- Für beliebige Graphen gilt:

$$\sum_{e \in E} |e^{\cdot}| = \sum_{e \in E} |{}^{\cdot}e|$$

Beispielgraph:



$$a^{\cdot} = \emptyset \qquad |a^{\cdot}| = 0$$

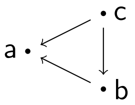
$${}^{\cdot}a = \{(c,a),(b,a)\} \qquad |{}^{\cdot}a| =$$

Grad der Ecke und des Graphen

- Für jede Ecke e definieren wir die Ausgangsmenge $e^{\cdot}$ und die Eingangsmenge ${}^{\cdot}e$. Das sind die Mengen der Kanten, die von e ausgehen bzw. zu e führen.
- $|e^{\cdot}|$ heißt Ausgangsgrad und $|{}^{\cdot}e|$ heißt Eingangsgrad.
- In einem ungerichteten Graphen gilt: $|e^{\cdot}| = |{}^{\cdot}e| = \mathrm{grad}(e)$
- Für beliebige Graphen gilt:

$$\sum_{e \in E} |e^{\cdot}| = \sum_{e \in E} |{}^{\cdot}e|$$

Beispielgraph:



$$a^{\cdot} = \emptyset \qquad |a^{\cdot}| = 0$$

$${}^{\cdot}a = \{(c, a), (b, a)\} \qquad |{}^{\cdot}a| = 2$$

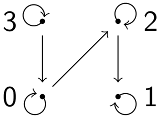
Weg und Zyklus

Weg	Eine Folge von e_0 nach e_n über $e_1, \ldots, e_{n-1}$ heißt Weg der Länge n. Wenn es so einen Weg gibt, dann heißt e_n von e_0 aus erreichbar. Wir schrieben: $e_0 \rightarrow^* e_n$
Zyklus (Kreis)	Ein Weg $e \rightarrow^* e$ der Länge $n \geq 1$
Einfacher Zyklus	Ein Zyklus, in dem alle Ecken verschieden sind.
Hamiltonscher Kreis	Ein Kreis, in dem jede Ecke des Graphen genau einmal enthalten ist.
Eulerscher Zyklus	ein Zyklus, in dem jede Kante genau einmal enthalten ist.

Reflexive Transitive Hülle á la Warshall

Gegeben sei eine reflexive Relation ρ über einer endlichen Eckenmenge $E = \{0, \ldots, n-1\}$. $\sigma^{(k)}$ sei folgende Relation:

$$\sigma^{(k)} = \{(i,j) \in E \times E | \exists \text{Weg } i \rightarrow e_1 \rightarrow \cdots \rightarrow e_{l-1} \rightarrow j \\ \text{mit } l \leq k+2, e_r \in \{0, \ldots, k\} \text{ für } 1 \leq r \leq l-1\}$$

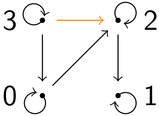


$$\sigma^{(0)} : \begin{array}{cccc} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \end{array}$$

Reflexive Transitive Hülle á la Warshall

Gegeben sei eine reflexive Relation ρ über einer endlichen Eckenmenge $E = \{0, \dots, n-1\}$. $\sigma^{(k)}$ sei folgende Relation:

$$\sigma^{(k)} = \{(i,j) \in E \times E | \exists \text{Weg } i \rightarrow e_1 \rightarrow \cdots \rightarrow e_{l-1} \rightarrow j \\ \text{mit } l \leq k+2, e_r \in \{0, \dots, k\} \text{ für } 1 \leq r \leq l-1\}$$

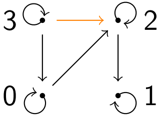


$$\sigma^{(0)} : \begin{array}{cccc} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \end{array}$$

Reflexive Transitive Hülle á la Warshall

Gegeben sei eine reflexive Relation ρ über einer endlichen Eckenmenge $E = \{0, \dots, n-1\}$. $\sigma^{(k)}$ sei folgende Relation:

$$\sigma^{(k)} = \{(i,j) \in E \times E \mid \exists \text{Weg } i \to e_1 \to \cdots \to e_{l-1} \to j \\ \text{mit } l \leq k+2, e_r \in \{0, \dots, k\} \text{ für } 1 \leq r \leq l-1\}$$

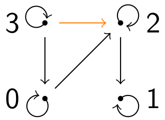


$$\sigma^{(0)}: \begin{matrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \end{matrix} \qquad \sigma^{(1)}: \begin{matrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \end{matrix}$$

Reflexive Transitive Hülle á la Warshall

Gegeben sei eine reflexive Relation ρ über einer endlichen Eckenmenge $E = \{0, \ldots, n-1\}$. $\sigma^{(k)}$ sei folgende Relation:

$$\sigma^{(k)} = \{(i,j) \in E \times E | \exists \text{Weg } i \rightarrow e_1 \rightarrow \cdots \rightarrow e_{l-1} \rightarrow j \\ \text{mit } l \leq k+2, e_r \in \{0, \ldots, k\} \text{ für } 1 \leq r \leq l-1\}$$



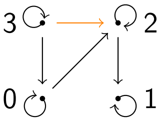
$$\sigma^{(0)} : \begin{matrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \end{matrix}$$

$$\sigma^{(1)} : \begin{matrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \end{matrix}$$

Reflexive Transitive Hülle á la Warshall

Gegeben sei eine reflexive Relation ρ über einer endlichen Eckenmenge $E = \{0, \dots, n-1\}$. $\sigma^{(k)}$ sei folgende Relation:

$$\begin{aligned}\sigma^{(k)} = \{(i,j) \in E \times E | \exists \text{Weg } i \to e_1 \to \cdots \to e_{l-1} \to j \\ \text{mit } l \leq k+2, e_r \in \{0, \dots, k\} \text{ für } 1 \leq r \leq l-1\}\end{aligned}$$



$$\sigma^{(0)} : \begin{matrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \end{matrix}$$

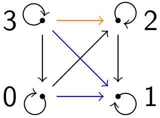
$$\sigma^{(1)} : \begin{matrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \end{matrix}$$

$$\sigma^{(2)} : \begin{matrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \end{matrix}$$

Reflexive Transitive Hülle á la Warshall

Gegeben sei eine reflexive Relation ρ über einer endlichen Eckenmenge $E = \{0, \dots, n-1\}$. $\sigma^{(k)}$ sei folgende Relation:

$$\sigma^{(k)} = \{(i,j) \in E \times E | \exists \text{Weg } i \to e_1 \to \cdots \to e_{l-1} \to j$$
$$\text{mit } l \leq k+2, e_r \in \{0, \dots, k\} \text{ für } 1 \leq r \leq l-1\}$$



$$\sigma^{(0)} : \begin{array}{cccc} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \end{array}$$

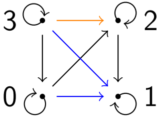
$$\sigma^{(1)} : \begin{array}{cccc} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \end{array}$$

$$\sigma^{(2)} : \begin{array}{cccc} 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{array}$$

Reflexive Transitive Hülle á la Warshall

Gegeben sei eine reflexive Relation ρ über einer endlichen Eckenmenge $E = \{0, \ldots, n-1\}$. $\sigma^{(k)}$ sei folgende Relation:

$$\sigma^{(k)} = \{(i,j) \in E \times E \mid \exists \text{Weg } i \to e_1 \to \cdots \to e_{l-1} \to j \text{ mit } l \le k+2, e_r \in \{0,\ldots,k\} \text{ für } 1 \le r \le l-1\}$$



$$\sigma^{(0)} : \begin{matrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \end{matrix} \qquad \sigma^{(1)} : \begin{matrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \end{matrix}$$

$$\sigma^{(2)} : \begin{matrix} 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{matrix} \qquad \sigma^{(3)} : \begin{matrix} 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{matrix}$$

Der Warshall-Algorithmus

Anforderungsbeschreibung

Eingabe: Adjazenzmatrix A einer Relation σ

Ausgabe: Adjanzenzmatrix S von σ^*

Der Algorithmus

$S := A$
for $i = 0, \dots, n-1$ **set** $s_{ii} :=$ **True**
for $k = 0, \dots, n-1$
  for $i = 0, \dots, n-1$
    for $j = 0, \dots, n-1$
      if $(s_{ik}$ **and** $s_{kj})$ **set** $s_{ij} :=$ **True**

Der Warshall-Algorithmus

Anforderungsbeschreibung

Eingabe: Adjazenzmatrix A einer Relation σ

Ausgabe: Adjanzenzmatrix S von σ^*

Der Algorithmus

$S := A$
for $i = 0, \ldots, n-1$ **set** s_{ii} := **True**
for $k = 0, \ldots, n-1$
  for $i = 0, \ldots, n-1$
    for $j = 0, \ldots, n-1$
      if (s_{ik} **and** s_{kj}) **set** s_{ij} := **True**

Aufgabe zum Warshall-Algorithmus

Das Tutorium 0

Jeden Montag schreiben Klaus, Peter, Olga beim Tutor Tom mit.
Berta, die nie kommt, holt sich aber die Unterlagen von Klaus.
Auch die Aufgaben macht Berta nicht alleine, sondern lässt sie von Klaus helfen, der die Aufgaben selbständig löst.
Peter holt sich ein paar Lösungen bei Berta (Klaus weiß nichts davon!), macht aber den Rest mit Olga.

Aufgabe

Gebe den Graphen mit der Relation „Liefert Material an“ formal an und zeichnet ihn. Stellt die Adjazenzmatrix auf und berechnet auf ihr die transitive reflexive Hülle. Gibt es jemand, der von allen etwas Material bekommt?

Achtung: Auf dem Übungsblatt eine Matrix pro Schritt!

Aufgabe zum Warshall-Algorithmus

Das Tutorium 0

Jeden Montag schreiben Klaus, Peter, Olga beim Tutor Tom mit.
Berta, die nie kommt, holt sich aber die Unterlagen von Klaus.
Auch die Aufgaben macht Berta nicht alleine, sondern lässt sie von Klaus helfen, der die Aufgaben selbständig löst.
Peter holt sich ein paar Lösungen bei Berta (Klaus weiß nichts davon!), macht aber den Rest mit Olga.

Aufgabe

Gebe den Graphen mit der Relation „Liefert Material an“ formal an und zeichnet ihn. Stellt die Adjazenzmatrix auf und berechnet auf ihr die transitive reflexive Hülle. Gibt es jemand, der von allen etwas Material bekommt?
Achtung: Auf dem Übungsblatt eine Matrix pro Schritt!

1 Evaluation

2 Übungsblatt 6

3 Graphen

4 Algebra

5 Semi-Thue-Systeme

6 Übungsblatt 7

Signatur und Gesetze der booleschen Algebra

Signatur der boolschen Algebra

- $\mathcal{B} = \mathcal{B}(A, \bot, \top, \complement, \vee, \wedge)$
- $\bot$ ist kleinstes Element und $\top$ ist größtes Element

V1	Assoziativität	$(x \wedge y) \wedge z = x \wedge (y \wedge z)$	
		$(x \vee y) \vee z = x \vee (y \vee z)$	
V2	Kommutativität	$x \wedge y = y \wedge x$	$x \vee y = y \vee x$
V3	Idempontenz	$x \wedge x = x$	$x \vee x = x$
V4	Verschmelzung	$(x \vee y) \wedge x = x$	$(x \wedge y) \vee x = x$
V5	Distributivität	$x \wedge (y \vee z) = (x \wedge y) \vee (x \wedge z)$	
		$x \vee (y \wedge z) = (x \vee y) \wedge (x \vee z)$	
V6	Modularität (für $z \leq x$)	$x \wedge (y \vee z) = (x \wedge y) \vee z$	
V7	Neutrales Element	$x \wedge \bot = \bot$	$x \vee \bot = x$
		$x \wedge \top = x$	$x \vee \top = \top$
V8	Komplement	$x \wedge \complement x = \bot$	$x \vee \complement x = \top$
V9	Involution	$\complement(\complement x) = x$	
V10	DeMorgan	$\complement(x \wedge y) = \complement x \vee \complement y$	$\complement(x \vee y) = \complement x \wedge \complement y$

Vereinfachen (verkürzen) Sie den folgenden booleschen Ausdruck durch Anwendung von Regeln der Booleschen Algebra so weit es geht.

$$\neg(a \Leftrightarrow \neg(b \Leftrightarrow (a \wedge b)))$$

Vereinfachen (verkürzen) Sie den folgenden booleschen Ausdruck durch Anwendung von Regeln der Booleschen Algebra so weit es geht.

$$\neg(a \Leftrightarrow \neg(b \Leftrightarrow (a \wedge b)))$$

Def. Äquivalenz	$= \neg(a \Leftrightarrow \neg((b \wedge (a \wedge b)) \vee (\neg b \wedge \neg(a \wedge b))))$
Komm., Ass. und Indempotenz	$= \neg(a \Leftrightarrow \neg((b \wedge a) \vee (\neg b \wedge \neg(a \wedge b))))$
DeMorgan	$= \neg(a \Leftrightarrow \neg((b \wedge a) \vee (\neg b \wedge (\neg a \vee \neg b))))$
DeMorgan	$= \neg(a \Leftrightarrow (\neg(b \wedge a) \wedge \neg(\neg b \wedge (\neg a \vee \neg b))))$
2×DeMorgan	$= \neg(a \Leftrightarrow ((\neg b \vee \neg a) \wedge (\neg\neg b \vee \neg(\neg a \vee \neg b))))$
DeMorgan und 3×Involution	$= \neg(a \Leftrightarrow ((\neg b \vee \neg a) \wedge (b \vee (a \wedge b))))$
2×Komm. und Verschmelzung	$= \neg(a \Leftrightarrow ((\neg b \vee \neg a) \wedge b))$
Kommutativität und Distributivität	$= \neg(a \Leftrightarrow ((\neg b \wedge b) \vee (\neg a \wedge b)))$
Komplement und neutr. Elem.	$= \neg(a \Leftrightarrow \_(\neg a \wedge b))$
Def. Äquivalenz	$= \neg((a \wedge (\neg a \wedge b)) \vee (\neg a \wedge \neg(\neg a \wedge b)))$
Assoziativ. und Komplement	$= \neg((\bot \wedge b) \vee (\neg a \wedge \neg(\neg a \wedge b)))$
2×Neutr. Elem., DeMorgan, Inv.	$= \neg\_(\neg a \wedge (a \vee \neg b))$
Distributivität	$= \neg((\neg a \wedge a) \vee (\neg a \wedge \neg b))$
Komm., Kompl. und neutr. Element	$= \neg(\_\neg a \wedge \neg b)$
DeMorgan und Involution	$= a \vee b$

Vereinfachen (verkürzen) Sie den folgenden booleschen Ausdruck durch Anwendung von Regeln der Booleschen Algebra so weit es geht.

$$\neg(a \Leftrightarrow \neg(b \Leftrightarrow (a \wedge b)))$$

Def. Äquivalenz	$= \neg(a \Leftrightarrow \neg(\underline{(b \wedge (a \wedge b)) \vee (\neg b \wedge \neg(a \wedge b))}))$
Komm., Ass. und Indempotenz	$= \neg(a \Leftrightarrow \neg(\underline{(b \wedge a)} \vee (\neg b \wedge \neg(a \wedge b))))$
DeMorgan	$= \neg(a \Leftrightarrow \neg((b \wedge a) \vee (\neg b \wedge \underline{(\neg a \vee \neg b)})))$
DeMorgan	$= \neg(a \Leftrightarrow \underline{(\neg(b \wedge a) \wedge \neg(\neg b \wedge (\neg a \vee \neg b)))})$
2×DeMorgan	$= \neg(a \Leftrightarrow ((\underline{\neg b \vee \neg a}) \wedge (\underline{\neg\neg b \vee \neg((\neg a \vee \neg b)}))))$
DeMorgan und 3×Involution	$= \neg(a \Leftrightarrow ((\neg b \vee \neg a) \wedge (\underline{b \vee (a \wedge b)})))$
2×Komm. und Verschmelzung	$= \neg(a \Leftrightarrow ((\neg b \vee \neg a) \wedge \underline{b}))$
Kommutativität und Distributivität	$= \neg(a \Leftrightarrow \underline{((\neg b \wedge b) \vee (\neg a \wedge b))})$
Komplement und neutr. Elem.	$= \neg(a \Leftrightarrow \_(\neg a \wedge b))$
Def. Äquivalenz	$= \neg(\underline{(a \wedge (\neg a \wedge b)) \vee (\neg a \wedge \neg(\neg a \wedge b))})$
Assoziativ. und Komplement	$= \neg((\underline{\perp \wedge b}) \vee (\neg a \wedge \neg(\neg a \wedge b)))$
2×Neutr. Elem., DeMorgan, Inv.	$= \neg\_(\neg a \wedge \underline{(a \vee \neg b)})$
Distributivität	$= \neg(\underline{(\neg a \wedge a) \vee (\neg a \wedge \neg b)})$
Komm., Kompl. und neutr. Element	$= \neg(\_\neg a \wedge \neg b)$
DeMorgan und Involution	$= \underline{a \vee b}$

Vereinfachen (verkürzen) Sie den folgenden booleschen Ausdruck durch Anwendung von Regeln der Booleschen Algebra so weit es geht.

$$\neg(a \Leftrightarrow \neg(b \Leftrightarrow (a \wedge b)))$$

Def. Äquivalenz	$= \neg(a \Leftrightarrow \neg(\underline{(b \wedge (a \wedge b)) \vee (\neg b \wedge \neg(a \wedge b))}))$
Komm., Ass. und Indempotenz	$= \neg(a \Leftrightarrow \neg(\underline{(b \wedge a)} \vee (\neg b \wedge \neg(a \wedge b))))$
DeMorgan	$= \neg(a \Leftrightarrow \neg(\overline{(b \wedge a)} \vee (\neg b \wedge \underline{(\neg a \vee \neg b)})))$
DeMorgan	$= \neg(a \Leftrightarrow \underline{(\neg(b \wedge a) \wedge \neg(\neg b \wedge (\neg a \vee \neg b)))})$
2×DeMorgan	$= \neg(a \Leftrightarrow ((\underline{\neg b \vee \neg a)} \wedge (\underline{\neg\neg b \vee \neg(\neg a \vee \neg b)})))$
DeMorgan und 3×Involution	$= \neg(a \Leftrightarrow ((\neg b \vee \neg a) \wedge (\underline{b \vee (a \wedge b)})))$
2×Komm. und Verschmelzung	$= \neg(a \Leftrightarrow ((\neg b \vee \neg a) \wedge \underline{b}))$
Kommutativität und Distributivität	$= \neg(a \Leftrightarrow \underline{((\neg b \wedge b) \vee (\neg a \wedge b))})$
Komplement und neutr. Elem.	$= \neg(a \Leftrightarrow \_(\neg a \wedge b))$
Def. Äquivalenz	$= \neg(\underline{(a \wedge (\neg a \wedge b)) \vee (\neg a \wedge \neg(\neg a \wedge b))})$
Assoziativ. und Komplement	$= \neg(\underline{(\bot \wedge b)} \vee (\neg a \wedge \neg(\neg a \wedge b)))$
2×Neutr. Elem., DeMorgan, Inv.	$= \neg\_(\neg a \wedge \underline{(a \vee \neg b)})$
Distributivität	$= \neg(\underline{(\neg a \wedge a) \vee (\neg a \wedge \neg b)})$
Komm., Kompl. und neutr. Element	$= \neg(\_\neg a \wedge \neg b)$
DeMorgan und Involution	$= \underline{a \vee b}$

Vereinfachen (verkürzen) Sie den folgenden booleschen Ausdruck durch Anwendung von Regeln der Booleschen Algebra so weit es geht.

$$\neg(a \Leftrightarrow \neg(b \Leftrightarrow (a \wedge b)))$$

Def. Äquivalenz	$= \neg(a \Leftrightarrow \neg(\underline{(b \wedge (a \wedge b)) \vee (\neg b \wedge \neg(a \wedge b))}))$
Komm., Ass. und Indempotenz	$= \neg(a \Leftrightarrow \neg((\underline{b \wedge a}) \vee (\neg b \wedge \neg(a \wedge b))))$
DeMorgan	$= \neg(a \Leftrightarrow \neg((b \wedge a) \vee (\neg b \wedge \underline{(\neg a \vee \neg b)})))$
DeMorgan	$= \neg(a \Leftrightarrow \underline{(\neg(b \wedge a) \wedge \neg(\neg b \wedge (\neg a \vee \neg b)))})$
2×DeMorgan	$= \neg(a \Leftrightarrow ((\underline{\neg b \vee \neg a}) \wedge (\underline{\neg\neg b \vee \neg(\neg a \vee \neg b)})))$
DeMorgan und 3×Involution	$= \neg(a \Leftrightarrow ((\neg b \vee \neg a) \wedge (\underline{b \vee (a \wedge b)})))$
2×Komm. und Verschmelzung	$= \neg(a \Leftrightarrow ((\neg b \vee \neg a) \wedge \underline{b}))$
Kommutativität und Distributivität	$= \neg(a \Leftrightarrow \underline{((\neg b \wedge b) \vee (\neg a \wedge b))})$
Komplement und neutr. Elem.	$= \neg(a \Leftrightarrow \underline{\ }(\neg a \wedge b))$
Def. Äquivalenz	$= \neg(\underline{(a \wedge (\neg a \wedge b)) \vee (\neg a \wedge \neg(\neg a \wedge b))})$
Assoziativ. und Komplement	$= \neg(\underline{(\perp \wedge b)} \vee (\neg a \wedge \neg(\neg a \wedge b)))$
2×Neutr. Elem., DeMorgan, Inv.	$= \neg\underline{\ }(\neg a \wedge \underline{(a \vee \neg b)})$
Distributivität	$= \neg(\underline{(\neg a \wedge a) \vee (\neg a \wedge \neg b)})$
Komm., Kompl. und neutr. Element	$= \neg(\underline{\ }\neg a \wedge \neg b)$
DeMorgan und Involution	$= \underline{a \vee b}$

Vereinfachen (verkürzen) Sie den folgenden booleschen Ausdruck durch Anwendung von Regeln der Booleschen Algebra so weit es geht.

$$\neg(a \Leftrightarrow \neg(b \Leftrightarrow (a \wedge b)))$$

Def. Äquivalenz	$= \neg(a \Leftrightarrow \neg((b \wedge (a \wedge b)) \vee (\neg b \wedge \neg(a \wedge b))))$
Komm., Ass. und Indempotenz	$= \neg(a \Leftrightarrow \neg((b \wedge a) \vee (\neg b \wedge \neg(a \wedge b))))$
DeMorgan	$= \neg(a \Leftrightarrow \neg((b \wedge a) \vee (\neg b \wedge (\neg a \vee \neg b))))$
DeMorgan	$= \neg(a \Leftrightarrow (\neg(b \wedge a) \wedge \neg(\neg b \wedge (\neg a \vee \neg b))))$
2×DeMorgan	$= \neg(a \Leftrightarrow ((\neg b \vee \neg a) \wedge (\neg\neg b \vee \neg(\neg a \vee \neg b))))$
DeMorgan und 3×Involution	$= \neg(a \Leftrightarrow ((\neg b \vee \neg a) \wedge (b \vee (a \wedge b))))$
2×Komm. und Verschmelzung	$= \neg(a \Leftrightarrow ((\neg b \vee \neg a) \wedge b))$
Kommutativität und Distributivität	$= \neg(a \Leftrightarrow ((\neg b \wedge b) \vee (\neg a \wedge b)))$
Komplement und neutr. Elem.	$= \neg(a \Leftrightarrow (\neg a \wedge b))$
Def. Äquivalenz	$= \neg((a \wedge (\neg a \wedge b)) \vee (\neg a \wedge \neg(\neg a \wedge b)))$
Assoziativ. und Komplement	$= \neg((\bot \wedge b) \vee (\neg a \wedge \neg(\neg a \wedge b)))$
2×Neutr. Elem., DeMorgan, Inv.	$= \neg(\neg a \wedge (a \vee \neg b))$
Distributivität	$= \neg((\neg a \wedge a) \vee (\neg a \wedge \neg b))$
Komm., Kompl. und neutr. Element	$= \neg(\neg a \wedge \neg b)$
DeMorgan und Involution	$= a \vee b$

Vereinfachen (verkürzen) Sie den folgenden booleschen Ausdruck durch Anwendung von Regeln der Booleschen Algebra so weit es geht.

$$\neg(a \Leftrightarrow \neg(b \Leftrightarrow (a \wedge b)))$$

Def. Äquivalenz	$= \neg(a \Leftrightarrow \neg(\underline{(b \wedge (a \wedge b)) \vee (\neg b \wedge \neg(a \wedge b))}))$
Komm., Ass. und Indempotenz	$= \neg(a \Leftrightarrow \neg(\underline{(b \wedge a)} \vee (\neg b \wedge \neg(a \wedge b))))$
DeMorgan	$= \neg(a \Leftrightarrow \neg((b \wedge a) \vee (\neg b \wedge \underline{(\neg a \vee \neg b)})))$
DeMorgan	$= \neg(a \Leftrightarrow \underline{(\neg(b \wedge a) \wedge \neg(\neg b \wedge (\neg a \vee \neg b)))})$
2×DeMorgan	$= \neg(a \Leftrightarrow (\underline{(\neg b \vee \neg a)} \wedge \underline{(\neg\neg b \vee \neg(\neg a \vee \neg b))}))$
DeMorgan und 3×Involution	$= \neg(a \Leftrightarrow ((\neg b \vee \neg a) \wedge \underline{(b \vee (a \wedge b))}))$
2×Komm. und Verschmelzung	$= \neg(a \Leftrightarrow ((\neg b \vee \neg a) \wedge \underline{b}))$
Kommutativität und Distributivität	$= \neg(a \Leftrightarrow \underline{((\neg b \wedge b) \vee (\neg a \wedge b))})$
Komplement und neutr. Elem.	$= \neg(a \Leftrightarrow \underline{\ }(\neg a \wedge b))$
Def. Äquivalenz	$= \neg(\underline{(a \wedge (\neg a \wedge b)) \vee (\neg a \wedge \neg(\neg a \wedge b))})$
Assoziativ. und Komplement	$= \neg(\underline{(\bot \wedge b)} \vee (\neg a \wedge \neg(\neg a \wedge b)))$
2×Neutr. Elem., DeMorgan, Inv.	$= \neg\underline{\ }(\neg a \wedge \underline{(a \vee \neg b)})$
Distributivität	$= \neg(\underline{(\neg a \wedge a) \vee (\neg a \wedge \neg b)})$
Komm., Kompl. und neutr. Element	$= \neg(\underline{\ }\neg a \wedge \neg b)$
DeMorgan und Involution	$= \underline{a \vee b}$

Vereinfachen (verkürzen) Sie den folgenden booleschen Ausdruck durch Anwendung von Regeln der Booleschen Algebra so weit es geht.

$$\neg(a \Leftrightarrow \neg(b \Leftrightarrow (a \wedge b)))$$

Def. Äquivalenz	$= \neg(a \Leftrightarrow \neg((b \wedge (a \wedge b)) \vee (\neg b \wedge \neg(a \wedge b))))$
Komm., Ass. und Indempotenz	$= \neg(a \Leftrightarrow \neg((b \wedge a) \vee (\neg b \wedge \neg(a \wedge b))))$
DeMorgan	$= \neg(a \Leftrightarrow \neg((b \wedge a) \vee (\neg b \wedge (\neg a \vee \neg b))))$
DeMorgan	$= \neg(a \Leftrightarrow (\neg(b \wedge a) \wedge \neg(\neg b \wedge (\neg a \vee \neg b))))$
2×DeMorgan	$= \neg(a \Leftrightarrow ((\neg b \vee \neg a) \wedge (\neg\neg b \vee \neg(\neg a \vee \neg b))))$
DeMorgan und 3×Involution	$= \neg(a \Leftrightarrow ((\neg b \vee \neg a) \wedge (b \vee (a \wedge b))))$
2×Komm. und Verschmelzung	$= \neg(a \Leftrightarrow ((\neg b \vee \neg a) \wedge b))$
Kommutativität und Distributivität	$= \neg(a \Leftrightarrow ((\neg b \wedge b) \vee (\neg a \wedge b)))$
Komplement und neutr. Elem.	$= \neg(a \Leftrightarrow \_(\neg a \wedge b))$
Def. Äquivalenz	$= \neg((a \wedge (\neg a \wedge b)) \vee (\neg a \wedge \neg(\neg a \wedge b)))$
Assoziativ. und Komplement	$= \neg((\perp \wedge b) \vee (\neg a \wedge \neg(\neg a \wedge b)))$
2×Neutr. Elem., DeMorgan, Inv.	$= \neg\_(\neg a \wedge (a \vee \neg b))$
Distributivität	$= \neg((\neg a \wedge a) \vee (\neg a \wedge \neg b))$
Komm., Kompl. und neutr. Element	$= \neg(\_\neg a \wedge \neg b)$
DeMorgan und Involution	$= a \vee b$

Vereinfachen (verkürzen) Sie den folgenden booleschen Ausdruck durch Anwendung von Regeln der Booleschen Algebra so weit es geht.

$$\neg(a \Leftrightarrow \neg(b \Leftrightarrow (a \wedge b)))$$

Def. Äquivalenz	$= \neg(a \Leftrightarrow \neg(\underline{(b \wedge (a \wedge b)) \vee (\neg b \wedge \neg(a \wedge b))}))$
Komm., Ass. und Indempotenz	$= \neg(a \Leftrightarrow \neg(\underline{(b \wedge a)} \vee (\neg b \wedge \neg(a \wedge b))))$
DeMorgan	$= \neg(a \Leftrightarrow \neg((b \wedge a) \vee (\neg b \wedge \underline{(\neg a \vee \neg b)})))$
DeMorgan	$= \neg(a \Leftrightarrow \underline{(\neg(b \wedge a) \wedge \neg(\neg b \wedge (\neg a \vee \neg b)))})$
2×DeMorgan	$= \neg(a \Leftrightarrow (\underline{(\neg b \vee \neg a)} \wedge \underline{(\neg\neg b \vee \neg(\neg a \vee \neg b))}))$
DeMorgan und 3×Involution	$= \neg(a \Leftrightarrow ((\neg b \vee \neg a) \wedge \underline{(b \vee (a \wedge b))}))$
2×Komm. und Verschmelzung	$= \neg(a \Leftrightarrow ((\neg b \vee \neg a) \wedge \underline{b}))$
Kommutativität und Distributivität	$= \neg(a \Leftrightarrow \underline{((\neg b \wedge b) \vee (\neg a \wedge b))})$
Komplement und neutr. Elem.	$= \neg(a \Leftrightarrow \_(\neg a \wedge b))$
Def. Äquivalenz	$= \neg(\underline{(a \wedge (\neg a \wedge b)) \vee (\neg a \wedge \neg(\neg a \wedge b))})$
Assoziativ. und Komplement	$= \neg(\underline{(\bot \wedge b)} \vee (\neg a \wedge \neg(\neg a \wedge b)))$
2×Neutr. Elem., DeMorgan, Inv.	$= \neg\_(\neg a \wedge \underline{(a \vee \neg b)})$
Distributivität	$= \neg(\underline{(\neg a \wedge a) \vee (\neg a \wedge \neg b)})$
Komm., Kompl. und neutr. Element	$= \neg(\_\neg a \wedge \neg b)$
DeMorgan und Involution	$= \underline{a \vee b}$

Vereinfachen (verkürzen) Sie den folgenden booleschen Ausdruck durch Anwendung von Regeln der Booleschen Algebra so weit es geht.

$$\neg(a \Leftrightarrow \neg(b \Leftrightarrow (a \wedge b)))$$

Def. Äquivalenz	$= \neg(a \Leftrightarrow \neg((b \wedge (a \wedge b)) \vee (\neg b \wedge \neg(a \wedge b))))$
Komm., Ass. und Indempotenz	$= \neg(a \Leftrightarrow \neg((b \wedge a) \vee (\neg b \wedge \neg(a \wedge b))))$
DeMorgan	$= \neg(a \Leftrightarrow \neg((b \wedge a) \vee (\neg b \wedge (\neg a \vee \neg b))))$
DeMorgan	$= \neg(a \Leftrightarrow (\neg(b \wedge a) \wedge \neg(\neg b \wedge (\neg a \vee \neg b))))$
2×DeMorgan	$= \neg(a \Leftrightarrow ((\neg b \vee \neg a) \wedge (\neg\neg b \vee \neg(\neg a \vee \neg b))))$
DeMorgan und 3×Involution	$= \neg(a \Leftrightarrow ((\neg b \vee \neg a) \wedge (b \vee (a \wedge b))))$
2×Komm. und Verschmelzung	$= \neg(a \Leftrightarrow ((\neg b \vee \neg a) \wedge b))$
Kommutativität und Distributivität	$= \neg(a \Leftrightarrow ((\neg b \wedge b) \vee (\neg a \wedge b)))$
Komplement und neutr. Elem.	$= \neg(a \Leftrightarrow \_(\neg a \wedge b))$
Def. Äquivalenz	$= \neg((a \wedge (\neg a \wedge b)) \vee (\neg a \wedge \neg(\neg a \wedge b)))$
Assoziativ. und Komplement	$= \neg((\perp \wedge b) \vee (\neg a \wedge \neg(\neg a \wedge b)))$
2×Neutr. Elem., DeMorgan, Inv.	$= \neg\_(\neg a \wedge (a \vee \neg b))$
Distributivität	$= \neg((\neg a \wedge a) \vee (\neg a \wedge \neg b))$
Komm., Kompl. und neutr. Element	$= \neg(\_\neg a \wedge \neg b)$
DeMorgan und Involution	$= a \vee b$

Vereinfachen (verkürzen) Sie den folgenden booleschen Ausdruck durch Anwendung von Regeln der Booleschen Algebra so weit es geht.

$$\neg(a \Leftrightarrow \neg(b \Leftrightarrow (a \wedge b)))$$

$$\begin{aligned}
&\text{Def. Äquivalenz} && = \neg(a \Leftrightarrow \neg((b \wedge (a \wedge b)) \vee (\neg b \wedge \neg(a \wedge b))))\\
&\text{Komm., Ass. und Indempotenz} && = \neg(a \Leftrightarrow \neg((b \wedge a) \vee (\neg b \wedge \neg(a \wedge b))))\\
&\text{DeMorgan} && = \neg(a \Leftrightarrow \neg((b \wedge a) \vee (\neg b \wedge (\neg a \vee \neg b))))\\
&\text{DeMorgan} && = \neg(a \Leftrightarrow (\neg(b \wedge a) \wedge \neg(\neg b \wedge (\neg a \vee \neg b))))\\
&2\times\text{DeMorgan} && = \neg(a \Leftrightarrow ((\neg b \vee \neg a) \wedge (\neg\neg b \vee \neg(\neg a \vee \neg b))))\\
&\text{DeMorgan und } 3\times\text{Involution} && = \neg(a \Leftrightarrow ((\neg b \vee \neg a) \wedge (b \vee (a \wedge b))))\\
&2\times\text{Komm. und Verschmelzung} && = \neg(a \Leftrightarrow ((\neg b \vee \neg a) \wedge b))\\
&\text{Kommutativität und Distributivität} && = \neg(a \Leftrightarrow ((\neg b \wedge b) \vee (\neg a \wedge b)))\\
&\text{Komplement und neutr. Elem.} && = \neg(a \Leftrightarrow _(\neg a \wedge b))\\
&\text{Def. Äquivalenz} && = \neg((a \wedge (\neg a \wedge b)) \vee (\neg a \wedge \neg(\neg a \wedge b)))\\
&\text{Assoziativ. und Komplement} && = \neg((\bot \wedge b) \vee (\neg a \wedge \neg(\neg a \wedge b)))\\
&2\times\text{Neutr. Elem., DeMorgan, Inv.} && = \neg_(\neg a \wedge (a \vee \neg b))\\
&\text{Distributivität} && = \neg((\neg a \wedge a) \vee (\neg a \wedge \neg b))\\
&\text{Komm., Kompl. und neutr. Element} && = \neg(_\neg a \wedge \neg b)\\
&\text{DeMorgan und Involution} && = a \vee b
\end{aligned}$$

Vereinfachen (verkürzen) Sie den folgenden booleschen Ausdruck durch Anwendung von Regeln der Booleschen Algebra so weit es geht.

$$\neg(a \Leftrightarrow \neg(b \Leftrightarrow (a \wedge b)))$$

Def. Äquivalenz	$= \neg(a \Leftrightarrow \neg((b \wedge (a \wedge b)) \vee (\neg b \wedge \neg(a \wedge b))))$
Komm., Ass. und Indempotenz	$= \neg(a \Leftrightarrow \neg((b \wedge a) \vee (\neg b \wedge \neg(a \wedge b))))$
DeMorgan	$= \neg(a \Leftrightarrow \neg((b \wedge a) \vee (\neg b \wedge (\neg a \vee \neg b))))$
DeMorgan	$= \neg(a \Leftrightarrow (\neg(b \wedge a) \wedge \neg(\neg b \wedge (\neg a \vee \neg b))))$
2×DeMorgan	$= \neg(a \Leftrightarrow ((\neg b \vee \neg a) \wedge (\neg\neg b \vee \neg(\neg a \vee \neg b))))$
DeMorgan und 3×Involution	$= \neg(a \Leftrightarrow ((\neg b \vee \neg a) \wedge (b \vee (a \wedge b))))$
2×Komm. und Verschmelzung	$= \neg(a \Leftrightarrow ((\neg b \vee \neg a) \wedge b))$
Kommutativität und Distributivität	$= \neg(a \Leftrightarrow ((\neg b \wedge b) \vee (\neg a \wedge b)))$
Komplement und neutr. Elem.	$= \neg(a \Leftrightarrow \_(\neg a \wedge b))$
Def. Äquivalenz	$= \neg((a \wedge (\neg a \wedge b)) \vee (\neg a \wedge \neg(\neg a \wedge b)))$
Assoziativ. und Komplement	$= \neg((\perp \wedge b) \vee (\neg a \wedge \neg(\neg a \wedge b)))$
2×Neutr. Elem., DeMorgan, Inv.	$= \neg\_(\neg a \wedge (a \vee \neg b))$
Distributivität	$= \neg((\neg a \wedge a) \vee (\neg a \wedge \neg b))$
Komm., Kompl. und neutr. Element	$= \neg(\_\neg a \wedge \neg b)$
DeMorgan und Involution	$= a \vee b$

Vereinfachen (verkürzen) Sie den folgenden booleschen Ausdruck durch Anwendung von Regeln der Booleschen Algebra so weit es geht.

$$\neg(a \Leftrightarrow \neg(b \Leftrightarrow (a \wedge b)))$$

Def. Äquivalenz	$= \neg(a \Leftrightarrow \neg((b \wedge (a \wedge b)) \vee (\neg b \wedge \neg(a \wedge b))))$
Komm., Ass. und Indempotenz	$= \neg(a \Leftrightarrow \neg((b \wedge a) \vee (\neg b \wedge \neg(a \wedge b))))$
DeMorgan	$= \neg(a \Leftrightarrow \neg((b \wedge a) \vee (\neg b \wedge (\neg a \vee \neg b))))$
DeMorgan	$= \neg(a \Leftrightarrow (\neg(b \wedge a) \wedge \neg(\neg b \wedge (\neg a \vee \neg b))))$
2×DeMorgan	$= \neg(a \Leftrightarrow ((\neg b \vee \neg a) \wedge (\neg\neg b \vee \neg(\neg a \vee \neg b))))$
DeMorgan und 3×Involution	$= \neg(a \Leftrightarrow ((\neg b \vee \neg a) \wedge (b \vee (a \wedge b))))$
2×Komm. und Verschmelzung	$= \neg(a \Leftrightarrow ((\neg b \vee \neg a) \wedge b))$
Kommutativität und Distributivität	$= \neg(a \Leftrightarrow ((\neg b \wedge b) \vee (\neg a \wedge b)))$
Komplement und neutr. Elem.	$= \neg(a \Leftrightarrow \_(\neg a \wedge b))$
Def. Äquivalenz	$= \neg((a \wedge (\neg a \wedge b)) \vee (\neg a \wedge \neg(\neg a \wedge b)))$
Assoziativ. und Komplement	$= \neg((\bot \wedge b) \vee (\neg a \wedge \neg(\neg a \wedge b)))$
2×Neutr. Elem., DeMorgan, Inv.	$= \neg\_(\neg a \wedge (a \vee \neg b))$
Distributivität	$= \neg((\neg a \wedge a) \vee (\neg a \wedge \neg b))$
Komm., Kompl. und neutr. Element	$= \neg(\_\neg a \wedge \neg b)$
DeMorgan und Involution	$= a \vee b$

Vereinfachen (verkürzen) Sie den folgenden booleschen Ausdruck durch Anwendung von Regeln der Booleschen Algebra so weit es geht.

$$\neg(a \Leftrightarrow \neg(b \Leftrightarrow (a \wedge b)))$$

Def. Äquivalenz	$= \neg(a \Leftrightarrow \neg(\underline{(b \wedge (a \wedge b)) \vee (\neg b \wedge \neg(a \wedge b))}))$
Komm., Ass. und Indempotenz	$= \neg(a \Leftrightarrow \neg(\underline{(b \wedge a)} \vee (\neg b \wedge \neg(a \wedge b))))$
DeMorgan	$= \neg(a \Leftrightarrow \neg((b \wedge a) \vee (\neg b \wedge \underline{(\neg a \vee \neg b)})))$
DeMorgan	$= \neg(a \Leftrightarrow \underline{(\neg(b \wedge a) \wedge \neg(\neg b \wedge (\neg a \vee \neg b)))})$
2×DeMorgan	$= \neg(a \Leftrightarrow ((\underline{\neg b \vee \neg a}) \wedge (\underline{\neg\neg b \vee \neg(\neg a \vee \neg b)})))$
DeMorgan und 3×Involution	$= \neg(a \Leftrightarrow ((\neg b \vee \neg a) \wedge (\underline{b \vee (a \wedge b)})))$
2×Komm. und Verschmelzung	$= \neg(a \Leftrightarrow ((\neg b \vee \neg a) \wedge \underline{b}))$
Kommutativität und Distributivität	$= \neg(a \Leftrightarrow \underline{((\neg b \wedge b) \vee (\neg a \wedge b))})$
Komplement und neutr. Elem.	$= \neg(a \Leftrightarrow \_(\neg a \wedge b))$
Def. Äquivalenz	$= \neg(\underline{(a \wedge (\neg a \wedge b)) \vee (\neg a \wedge \neg(\neg a \wedge b))})$
Assoziativ. und Komplement	$= \neg((\underline{\bot \wedge b}) \vee (\neg a \wedge \neg(\neg a \wedge b)))$
2×Neutr. Elem., DeMorgan, Inv.	$= \neg\_(\neg a \wedge \underline{(a \vee \neg b)})$
Distributivität	$= \neg(\underline{(\neg a \wedge a) \vee (\neg a \wedge \neg b)})$
Komm., Kompl. und neutr. Element	$= \neg(\_\neg a \wedge \neg b)$
DeMorgan und Involution	$= \underline{a \vee b}$

Vereinfachen (verkürzen) Sie den folgenden booleschen Ausdruck durch Anwendung von Regeln der Booleschen Algebra so weit es geht.

$$\neg(a \Leftrightarrow \neg(b \Leftrightarrow (a \wedge b)))$$

Def. Äquivalenz	$= \neg(a \Leftrightarrow \neg((b \wedge (a \wedge b)) \vee (\neg b \wedge \neg(a \wedge b))))$
Komm., Ass. und Indempotenz	$= \neg(a \Leftrightarrow \neg((b \wedge a) \vee (\neg b \wedge \neg(a \wedge b))))$
DeMorgan	$= \neg(a \Leftrightarrow \neg((b \wedge a) \vee (\neg b \wedge (\neg a \vee \neg b))))$
DeMorgan	$= \neg(a \Leftrightarrow (\neg(b \wedge a) \wedge \neg(\neg b \wedge (\neg a \vee \neg b))))$
2×DeMorgan	$= \neg(a \Leftrightarrow ((\neg b \vee \neg a) \wedge (\neg\neg b \vee \neg(\neg a \vee \neg b))))$
DeMorgan und 3×Involution	$= \neg(a \Leftrightarrow ((\neg b \vee \neg a) \wedge (b \vee (a \wedge b))))$
2×Komm. und Verschmelzung	$= \neg(a \Leftrightarrow ((\neg b \vee \neg a) \wedge b))$
Kommutativität und Distributivität	$= \neg(a \Leftrightarrow ((\neg b \wedge b) \vee (\neg a \wedge b)))$
Komplement und neutr. Elem.	$= \neg(a \Leftrightarrow (\neg a \wedge b))$
Def. Äquivalenz	$= \neg((a \wedge (\neg a \wedge b)) \vee (\neg a \wedge \neg(\neg a \wedge b)))$
Assoziativ. und Komplement	$= \neg((\perp \wedge b) \vee (\neg a \wedge \neg(\neg a \wedge b)))$
2×Neutr. Elem., DeMorgan, Inv.	$= \neg(\neg a \wedge (a \vee \neg b))$
Distributivität	$= \neg((\neg a \wedge a) \vee (\neg a \wedge \neg b))$
Komm., Kompl. und neutr. Element	$= \neg(\neg a \wedge \neg b)$
DeMorgan und Involution	$= a \vee b$

Vereinfachen (verkürzen) Sie den folgenden booleschen Ausdruck durch Anwendung von Regeln der Booleschen Algebra so weit es geht.

$$\neg(a \Leftrightarrow \neg(b \Leftrightarrow (a \wedge b)))$$

Def. Äquivalenz	$= \neg(a \Leftrightarrow \neg(\underline{(b \wedge (a \wedge b)) \vee (\neg b \wedge \neg(a \wedge b))}))$
Komm., Ass. und Indempotenz	$= \neg(a \Leftrightarrow \neg(\underline{(b \wedge a)} \vee (\neg b \wedge \neg(a \wedge b))))$
DeMorgan	$= \neg(a \Leftrightarrow \neg((b \wedge a) \vee (\neg b \wedge \underline{(\neg a \vee \neg b)})))$
DeMorgan	$= \neg(a \Leftrightarrow \underline{(\neg(b \wedge a) \wedge \neg(\neg b \wedge (\neg a \vee \neg b)))})$
2×DeMorgan	$= \neg(a \Leftrightarrow (\underline{(\neg b \vee \neg a)} \wedge \underline{(\neg\neg b \vee \neg(\neg a \vee \neg b))}))$
DeMorgan und 3×Involution	$= \neg(a \Leftrightarrow ((\neg b \vee \neg a) \wedge \underline{(b \vee (a \wedge b))}))$
2×Komm. und Verschmelzung	$= \neg(a \Leftrightarrow ((\neg b \vee \neg a) \wedge \underline{b}))$
Kommutativität und Distributivität	$= \neg(a \Leftrightarrow \underline{((\neg b \wedge b) \vee (\neg a \wedge b))})$
Komplement und neutr. Elem.	$= \neg(a \Leftrightarrow \_(\neg a \wedge b))$
Def. Äquivalenz	$= \neg(\underline{(a \wedge (\neg a \wedge b)) \vee (\neg a \wedge \neg(\neg a \wedge b))})$
Assoziativ. und Komplement	$= \neg(\underline{(\bot \wedge b)} \vee (\neg a \wedge \neg(\neg a \wedge b)))$
2×Neutr. Elem., DeMorgan, Inv.	$= \neg\_(\neg a \wedge \underline{(a \vee \neg b)})$
Distributivität	$= \neg(\underline{(\neg a \wedge a) \vee (\neg a \wedge \neg b)})$
Komm., Kompl. und neutr. Element	$= \neg(\_\neg a \wedge \neg b)$
DeMorgan und Involution	$= \underline{a \vee b}$

Aufgabe

Sind folgende Formeln boolesche Ausdrücke? Begründen Sie Ihre Aussage, wenn es sich um keinen booleschen Ausdruck handelt. (Alle Variablen seien $\in \{\top, \bot\}$)

Aufgabe

$$((y - z) \lor z) \lor (x \land y)$$

Aufgabe

$$(((\text{☾☾☾☾☾☾☾☾☾☾}((\text{☾}a \lor c \land \text{☾}b) \land a) \lor b) \land c) \lor a)$$

Aufgabe

Sind folgende Formeln boolesche Ausdrücke? Begründen Sie Ihre Aussage, wenn es sich um keinen booleschen Ausdruck handelt. (Alle Variablen seien $\in \{\top, \bot\}$)

Aufgabe

$$((y - z) \vee z) \vee (x \wedge y)$$

- nein, da in der Booleschen Algebra der Operator – nicht definiert ist.

Aufgabe

$$(((\leftmoon\leftmoon\leftmoon\leftmoon\leftmoon\leftmoon\leftmoon\leftmoon\leftmoon\leftmoon((\leftmoon a \vee c \wedge \leftmoon b) \wedge a) \vee b) \wedge c) \vee a)$$

Aufgabe

Sind folgende Formeln boolesche Ausdrücke? Begründen Sie Ihre Aussage, wenn es sich um keinen booleschen Ausdruck handelt. (Alle Variablen seien $\in \{\top, \bot\}$)

Aufgabe

$$((y - z) \vee z) \vee (x \wedge y)$$

- nein, da in der Booleschen Algebra der Operator – nicht definiert ist.

Aufgabe

$$(((\neg\neg\neg\neg\neg\neg\neg\neg\neg\neg((\neg a \vee c \wedge \neg b) \wedge a) \vee b) \wedge c) \vee a)$$

- ja!

Aufgabe

Aufgabe

Gegeben sei folgender Term:

$$((N \wedge \top) \vee \bot) \wedge \complement(P \vee \complement W)$$

Begründe, dass der gegebene Term den in der Vorlesung eingeführten Bildungsgesetzen entspricht.

Lösung von $((N \wedge \top) \vee \bot) \wedge ☾(P \vee ☾W)$

$\Sigma^{(0)} = \{\top, \bot\}$

Der Terme $\top, \bot$ sind Konstanten (liefern immer dasselbe Resultat) und erfüllen somit die erste Regel für korrekte Terme. Dies gilt auch für die Variablen N,P und W.

$\Sigma^{(1)} = \{☾\}$

$☾W$: Der Operator ☾ ist einstellig und wird auf den elementaren Operator W angewendet, daraus folgt, dass $☾W$ korrekt ist. $☾(P \vee ☾W)$: Mit ☾ und $(P \vee ☾W)$ wird ein neuer Term auf dem bestehenden Term $(P \vee ☾W)$ aufgebaut. $(P \vee ☾W)$ ist somit Unterterm. Ist $(P \vee ☾W)$ korrekt, so ist auch $☾(P \vee ☾W)$ korrekt. Bleibt noch zu zeigen, dass $(P \vee ☾W)$ ein korrekter Term ist (siehe $\Sigma^{(2)}$).

Lösung von $((N \wedge \top) \vee \bot) \wedge ☾(P \vee ☾W)$

$\Sigma^{(0)} = \{\top, \bot\}$

Der Terme $\top, \bot$ sind Konstanten (liefern immer dasselbe Resultat) und erfüllen somit die erste Regel für korrekte Terme. Dies gilt auch für die Variablen N,P und W.

$\Sigma^{(1)} = \{☾\}$

$☾W$: Der Operator ☾ ist einstellig und wird auf den elementaren Operator W angewendet, daraus folgt, dass $☾W$ korrekt ist.

$☾(P \vee ☾W)$: Mit ☾ und $(P \vee ☾W)$ wird ein neuer Term auf dem bestehenden Term $(P \vee ☾W)$ aufgebaut. $(P \vee ☾W)$ ist somit Unterterm. Ist $(P \vee ☾W)$ korrekt, so ist auch $☾(P \vee ☾W)$ korrekt. Bleibt noch zu zeigen, dass $(P \vee ☾W)$ ein korrekter Term ist (siehe $\Sigma^{(2)}$).

Lösung von $((N \wedge \top) \vee \bot) \wedge \leftmoon(P \vee \leftmoon W)$

$\Sigma^{(0)} = \{\top, \bot\}$

Der Terme $\top, \bot$ sind Konstanten (liefern immer dasselbe Resultat) und erfüllen somit die erste Regel für korrekte Terme. Dies gilt auch für die Variablen N,P und W.

$\Sigma^{(1)} = \{\leftmoon\}$

$\leftmoon W$: Der Operator $\leftmoon$ ist einstellig und wird auf den elementaren Operator W angewendet, daraus folgt, dass $\leftmoon W$ korrekt ist.
$\leftmoon(P \vee \leftmoon W)$: Mit $\leftmoon$ und $(P \vee \leftmoon W)$ wird ein neuer Term auf dem bestehenden Term $(P \vee \leftmoon W)$ aufgebaut. $(P \vee \leftmoon W)$ ist somit Unterterm. Ist $(P \vee \leftmoon W)$ korrekt, so ist auch $\leftmoon(P \vee \leftmoon W)$ korrekt. Bleibt noch zu zeigen, dass $(P \vee \leftmoon W)$ ein korrekter Term ist (siehe $\Sigma^{(2)}$).

Lösung von $((N \wedge \top) \vee \bot) \wedge \leftmoon(P \vee \leftmoon W)$

$\Sigma^{(2)} = \{\vee, \wedge\}$

$(N \wedge \top)$: Der Operator $\wedge$ ist zweistellig und wird hier auf elementare Operanden angewendet, daraus folgt, dass der Term $(N \wedge \top)$ korrekt ist.

$((N \wedge \top) \vee \bot)$: Der Operator $\vee$ ist zweistellig und wird hier auf den Unterterm $(N \wedge \top)$ und den elementaren Operator $\bot$ angewendet, daraus folgt, dass der Term $((N \wedge \top) \vee \bot)$ korrekt ist.

$(P \vee \leftmoon W)$: Der Operator $\wedge$ wird hier auf elementaren Operanden P und den Unterterm $\leftmoon W$ (siehe $\Sigma^{(1)}$) angewendet, daraus folgt die Korrektheit.

$((N \wedge \top) \vee \bot) \wedge \leftmoon(P \vee \leftmoon W)$: Der Operator $\wedge$ wird hier auf korrekte Unterterme $((N \wedge \top) \vee \bot)$ und $(P \vee \leftmoon W)$ angewendet, daraus folgt die Korrektheit des Terms.

Lösung von $((N \wedge \top) \vee \bot) \wedge ☾(P \vee ☾W)$

$\Sigma^{(2)} = \{\vee, \wedge\}$

$(N \wedge \top)$: Der Operator $\wedge$ ist zweistellig und wird hier auf elementare Operanden angewendet, daraus folgt, dass der Term $(N \wedge \top)$ korrekt ist.
$((N \wedge \top) \vee \bot)$: Der Operator $\vee$ ist zweistellig und wird hier auf den Unterterm $(N \wedge \top)$ und den elementaren Operator $\bot$ angewendet, daraus folgt, dass der Term $((N \wedge \top) \vee \bot)$ korrekt ist.
$(P \vee ☾W)$: Der Operator $\wedge$ wird hier auf elementaren Operanden P und den Unterterm $☾W$ (siehe $\Sigma^{(1)}$) angewendet, daraus folgt die Korrektheit.
$((N \wedge \top) \vee \bot) \wedge ☾(P \vee ☾W)$: Der Operator $\wedge$ wird hier auf korrekte Unterterme $((N \wedge \top) \vee \bot)$ und $(P \vee ☾W)$ angewendet, daraus folgt die Korrektheit des Terms.

Lösung von $((N \wedge \top) \vee \bot) \wedge ☾(P \vee ☾W)$

$\Sigma^{(2)} = \{\vee, \wedge\}$

$(N \wedge \top)$: Der Operator $\wedge$ ist zweistellig und wird hier auf elementare Operanden angewendet, daraus folgt, dass der Term $(N \wedge \top)$ korrekt ist.
$((N \wedge \top) \vee \bot)$: Der Operator $\vee$ ist zweistellig und wird hier auf den Unterterm $(N \wedge \top)$ und den elementaren Operator $\bot$ angewendet, daraus folgt, dass der Term $((N \wedge \top) \vee \bot)$ korrekt ist.
$(P \vee ☾W)$: Der Operator $\wedge$ wird hier auf elementaren Operanden P und den Unterterm $☾W$ (siehe $\Sigma^{(1)}$) angewendet, daraus folgt die Korrektheit.
$((N \wedge \top) \vee \bot) \wedge ☾(P \vee ☾W)$: Der Operator $\wedge$ wird hier auf korrekte Unterterme $((N \wedge \top) \vee \bot)$ und $(P \vee ☾W)$ angewendet, daraus folgt die Korrektheit des Terms.

Lösung von $((N \wedge \top) \vee \bot) \wedge ☾(P \vee ☾W)$

$\Sigma^{(2)} = \{\vee, \wedge\}$

$(N \wedge \top)$: Der Operator $\wedge$ ist zweistellig und wird hier auf elementare Operanden angewendet, daraus folgt, dass der Term $(N \wedge \top)$ korrekt ist.
$((N \wedge \top) \vee \bot)$: Der Operator $\vee$ ist zweistellig und wird hier auf den Unterterm $(N \wedge \top)$ und den elementaren Operator $\bot$ angewendet, daraus folgt, dass der Term $((N \wedge \top) \vee \bot)$ korrekt ist.
$(P \vee ☾W)$: Der Operator $\wedge$ wird hier auf elementaren Operanden P und den Unterterm $☾W$ (siehe $\Sigma^{(1)}$) angewendet, daraus folgt die Korrektheit.
$((N \wedge \top) \vee \bot) \wedge ☾(P \vee ☾W)$: Der Operator $\wedge$ wird hier auf korrekte Unterterme $((N \wedge \top) \vee \bot)$ und $(P \vee ☾W)$ angewendet, daraus folgt die Korrektheit des Terms.

Kantorowic-Bäume bei Boolscher Algebra

Aufgabe

Gegeben sei folgender Term:

$$((N \wedge \top) \vee \bot) \wedge \leftmoon(P \vee \leftmoon W)$$

Gib den Kantorowic-Baum an.

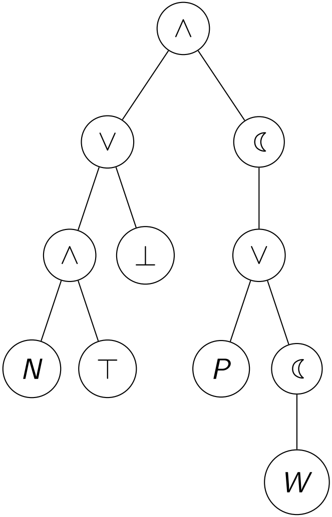
Kantorowic-Bäume bei Boolscher Algebra

Aufgabe

Gegeben sei folgender Term:

$$((N \land \top) \lor \bot) \land \text{☾}(P \lor \text{☾}W)$$

Gib den Kantorowic-Baum an.



Normalformen

Gegeben ist folgende Formel:

$$(a \Leftrightarrow b) \Leftrightarrow c$$

1. Bringe diese Formel durch Umformung mit den Regeln der Booleschen Algebra in disjunktive Normalform. Gib bei den Umformungen jeweils die verwendeten Regeln an.
2. Zeige durch eine Wertetabelle, dass das Ergebnis aus Teilaufgabe 1 korrekt ist.

Lösung zu Normalformen: $(a \Leftrightarrow b) \Leftrightarrow c$

Def. Äquivalenz

$= ((a \wedge b) \vee (\complement a \wedge \complement b)) \Leftrightarrow c$

Def. Äquivalenz

$= (((a \wedge b) \vee (\complement a \wedge \complement b)) \wedge c) \vee (\complement((a \wedge b) \vee (\complement a \wedge \complement b)) \wedge \complement c)$

DeMorgan, Assoziativität

$= (((a \wedge b) \vee (\complement a \wedge \complement b)) \wedge c) \vee (\complement(a \wedge b) \wedge \complement(\complement a \wedge \complement b) \wedge \complement c)$

2×DeMorgan, 2×Involution

$= (((a \wedge b) \vee (\complement a \wedge \complement b)) \wedge c) \vee ((\complement a \vee \complement b) \wedge (a \vee b) \wedge \complement c)$

Distributivität, Assoziativität

$= (a \wedge b \wedge c) \vee (\complement a \wedge \complement b \wedge c) \vee ((\complement a \vee \complement b) \wedge (a \vee b) \wedge \complement c)$

2×Distributivität, Assoziativität

$= (a \wedge b \wedge c) \vee (\complement a \wedge \complement b \wedge c) \vee (((\complement a \wedge a) \vee (\complement a \wedge b) \vee (\complement b \wedge a) \vee (\complement b \wedge b)) \wedge \complement c)$

Komplement

$= (a \wedge b \wedge c) \vee (\complement a \wedge \complement b \wedge c) \vee (\perp \vee (\complement a \wedge b) \vee (\complement b \wedge a) \vee \perp) \wedge \complement c)$

Neutrales Element, Kommutativität

$= (a \wedge b \wedge c) \vee (\complement a \wedge \complement b \wedge c) \vee (((\complement a \wedge b) \vee (a \wedge \complement b)) \wedge \complement c)$

Distributivität, Assoziativität

$= (a \wedge b \wedge c) \vee (\complement a \wedge \complement b \wedge c) \vee (\complement a \wedge b \wedge \complement c) \vee (a \wedge \complement b \wedge \complement c)$

Lösung zu Normalformen: $(a \Leftrightarrow b) \Leftrightarrow c$

Def. Äquivalenz

$= ((a \wedge b) \vee (\complement a \wedge \complement b)) \Leftrightarrow c$

Def. Äquivalenz

$= (((a \wedge b) \vee (\complement a \wedge \complement b)) \wedge c) \vee (\complement((a \wedge b) \vee (\complement a \wedge \complement b)) \wedge \complement c)$

DeMorgan, Assoziativität

$= (((a \wedge b) \vee (\complement a \wedge \complement b)) \wedge c) \vee (\complement(a \wedge b) \wedge \complement(\complement a \wedge \complement b) \wedge \complement c)$

2×DeMorgan, 2×Involution

$= (((a \wedge b) \vee (\complement a \wedge \complement b)) \wedge c) \vee ((\complement a \vee \complement b) \wedge (a \vee b) \wedge \complement c)$

Distributivität, Assoziativität

$= (a \wedge b \wedge c) \vee (\complement a \wedge \complement b \wedge c) \vee ((\complement a \vee \complement b) \wedge (a \vee b) \wedge \complement c)$

2×Distributivität, Assoziativität

$= (a \wedge b \wedge c) \vee (\complement a \wedge \complement b \wedge c) \vee (((\complement a \wedge a) \vee (\complement a \wedge b) \vee (\complement b \wedge a) \vee (\complement b \wedge b)) \wedge \complement c)$

Komplement

$= (a \wedge b \wedge c) \vee (\complement a \wedge \complement b \wedge c) \vee (\bot \vee (\complement a \wedge b) \vee (\complement b \wedge a) \vee \bot) \wedge \complement c)$

Neutrales Element, Kommutativität

$= (a \wedge b \wedge c) \vee (\complement a \wedge \complement b \wedge c) \vee (((\complement a \wedge b) \vee (a \wedge \complement b)) \wedge \complement c)$

Distributivität, Assoziativität

$= (a \wedge b \wedge c) \vee (\complement a \wedge \complement b \wedge c) \vee (\complement a \wedge b \wedge \complement c) \vee (a \wedge \complement b \wedge \complement c)$

Lösung zu Normalformen: $(a \Leftrightarrow b) \Leftrightarrow c$

Def. Äquivalenz

$= ((a \wedge b) \vee (\neg a \wedge \neg b)) \Leftrightarrow c$

Def. Äquivalenz

$= (((a \wedge b) \vee (\neg a \wedge \neg b)) \wedge c) \vee (\neg((a \wedge b) \vee (\neg a \wedge \neg b)) \wedge \neg c)$

DeMorgan, Assoziativität

$= (((a \wedge b) \vee (\neg a \wedge \neg b)) \wedge c) \vee (\neg(a \wedge b) \wedge \neg(\neg a \wedge \neg b) \wedge \neg c)$

2×DeMorgan, 2×Involution

$= (((a \wedge b) \vee (\neg a \wedge \neg b)) \wedge c) \vee ((\neg a \vee \neg b) \wedge (a \vee b) \wedge \neg c)$

Distributivität, Assoziativität

$= (a \wedge b \wedge c) \vee (\neg a \wedge \neg b \wedge c) \vee ((\neg a \vee \neg b) \wedge (a \vee b) \wedge \neg c)$

2×Distributivität, Assoziativität

$= (a \wedge b \wedge c) \vee (\neg a \wedge \neg b \wedge c) \vee (((\neg a \wedge a) \vee (\neg a \wedge b) \vee (\neg b \wedge a) \vee (\neg b \wedge b)) \wedge \neg c)$

Komplement

$= (a \wedge b \wedge c) \vee (\neg a \wedge \neg b \wedge c) \vee (\perp \vee (\neg a \wedge b) \vee (\neg b \wedge a) \vee \perp) \wedge \neg c)$

Neutrales Element, Kommutativität

$= (a \wedge b \wedge c) \vee (\neg a \wedge \neg b \wedge c) \vee (((\neg a \wedge b) \vee (a \wedge \neg b)) \wedge \neg c)$

Distributivität, Assoziativität

$= (a \wedge b \wedge c) \vee (\neg a \wedge \neg b \wedge c) \vee (\neg a \wedge b \wedge \neg c) \vee (a \wedge \neg b \wedge \neg c)$

Lösung zu Normalformen: $(a \Leftrightarrow b) \Leftrightarrow c$

Def. Äquivalenz

$= ((a \wedge b) \vee (\neg a \wedge \neg b)) \Leftrightarrow c$

Def. Äquivalenz

$= (((a \wedge b) \vee (\neg a \wedge \neg b)) \wedge c) \vee (\neg((a \wedge b) \vee (\neg a \wedge \neg b)) \wedge \neg c)$

DeMorgan, Assoziativität

$= (((a \wedge b) \vee (\neg a \wedge \neg b)) \wedge c) \vee (\neg(a \wedge b) \wedge \neg(\neg a \wedge \neg b) \wedge \neg c)$

2×DeMorgan, 2×Involution

$= (((a \wedge b) \vee (\neg a \wedge \neg b)) \wedge c) \vee ((\neg a \vee \neg b) \wedge (a \vee b) \wedge \neg c)$

Distributivität, Assoziativität

$= (a \wedge b \wedge c) \vee (\neg a \wedge \neg b \wedge c) \vee ((\neg a \vee \neg b) \wedge (a \vee b) \wedge \neg c)$

2×Distributivität, Assoziativität

$= (a \wedge b \wedge c) \vee (\neg a \wedge \neg b \wedge c) \vee (((\neg a \wedge a) \vee (\neg a \wedge b) \vee (\neg b \wedge a) \vee (\neg b \wedge b)) \wedge \neg c)$

Komplement

$= (a \wedge b \wedge c) \vee (\neg a \wedge \neg b \wedge c) \vee (\bot \vee (\neg a \wedge b) \vee (\neg b \wedge a) \vee \bot) \wedge \neg c)$

Neutrales Element, Kommutativität

$= (a \wedge b \wedge c) \vee (\neg a \wedge \neg b \wedge c) \vee (((\neg a \wedge b) \vee (a \wedge \neg b)) \wedge \neg c)$

Distributivität, Assoziativität

$= (a \wedge b \wedge c) \vee (\neg a \wedge \neg b \wedge c) \vee (\neg a \wedge b \wedge \neg c) \vee (a \wedge \neg b \wedge \neg c)$

Lösung zu Normalformen: $(a \Leftrightarrow b) \Leftrightarrow c$

Def. Äquivalenz

$= ((a \wedge b) \vee (\neg a \wedge \neg b)) \Leftrightarrow c$

Def. Äquivalenz

$= (((a \wedge b) \vee (\neg a \wedge \neg b)) \wedge c) \vee (\neg((a \wedge b) \vee (\neg a \wedge \neg b)) \wedge \neg c)$

DeMorgan, Assoziativität

$= (((a \wedge b) \vee (\neg a \wedge \neg b)) \wedge c) \vee (\neg(a \wedge b) \wedge \neg(\neg a \wedge \neg b) \wedge \neg c)$

2×DeMorgan, 2×Involution

$= (((a \wedge b) \vee (\neg a \wedge \neg b)) \wedge c) \vee ((\neg a \vee \neg b) \wedge (a \vee b) \wedge \neg c)$

Distributivität, Assoziativität

$= (a \wedge b \wedge c) \vee (\neg a \wedge \neg b \wedge c) \vee ((\neg a \vee \neg b) \wedge (a \vee b) \wedge \neg c)$

2×Distributivität, Assoziativität

$= (a \wedge b \wedge c) \vee (\neg a \wedge \neg b \wedge c) \vee (((\neg a \wedge a) \vee (\neg a \wedge b) \vee (\neg b \wedge a) \vee (\neg b \wedge b)) \wedge \neg c)$

Komplement

$= (a \wedge b \wedge c) \vee (\neg a \wedge \neg b \wedge c) \vee (\bot \vee (\neg a \wedge b) \vee (\neg b \wedge a) \vee \bot) \wedge \neg c)$

Neutrales Element, Kommutativität

$= (a \wedge b \wedge c) \vee (\neg a \wedge \neg b \wedge c) \vee (((\neg a \wedge b) \vee (a \wedge \neg b)) \wedge \neg c)$

Distributivität, Assoziativität

$= (a \wedge b \wedge c) \vee (\neg a \wedge \neg b \wedge c) \vee (\neg a \wedge b \wedge \neg c) \vee (a \wedge \neg b \wedge \neg c)$

Lösung zu Normalformen: $(a \Leftrightarrow b) \Leftrightarrow c$

Def. Äquivalenz

$= ((a \wedge b) \vee (\neg a \wedge \neg b)) \Leftrightarrow c$

Def. Äquivalenz

$= (((a \wedge b) \vee (\neg a \wedge \neg b)) \wedge c) \vee (\neg((a \wedge b) \vee (\neg a \wedge \neg b)) \wedge \neg c)$

DeMorgan, Assoziativität

$= (((a \wedge b) \vee (\neg a \wedge \neg b)) \wedge c) \vee (\neg(a \wedge b) \wedge \neg(\neg a \wedge \neg b) \wedge \neg c)$

2×DeMorgan, 2×Involution

$= (((a \wedge b) \vee (\neg a \wedge \neg b)) \wedge c) \vee ((\neg a \vee \neg b) \wedge (a \vee b) \wedge \neg c)$

Distributivität, Assoziativität

$= (a \wedge b \wedge c) \vee (\neg a \wedge \neg b \wedge c) \vee ((\neg a \vee \neg b) \wedge (a \vee b) \wedge \neg c)$

2×Distributivität, Assoziativität

$= (a \wedge b \wedge c) \vee (\neg a \wedge \neg b \wedge c) \vee (((\neg a \wedge a) \vee (\neg a \wedge b) \vee (\neg b \wedge a) \vee (\neg b \wedge b)) \wedge \neg c)$

Komplement

$= (a \wedge b \wedge c) \vee (\neg a \wedge \neg b \wedge c) \vee (\bot \vee (\neg a \wedge b) \vee (\neg b \wedge a) \vee \bot) \wedge \neg c)$

Neutrales Element, Kommutativität

$= (a \wedge b \wedge c) \vee (\neg a \wedge \neg b \wedge c) \vee (((\neg a \wedge b) \vee (a \wedge \neg b)) \wedge \neg c)$

Distributivität, Assoziativität

$= (a \wedge b \wedge c) \vee (\neg a \wedge \neg b \wedge c) \vee (\neg a \wedge b \wedge \neg c) \vee (a \wedge \neg b \wedge \neg c)$

Lösung zu Normalformen: $(a \Leftrightarrow b) \Leftrightarrow c$

Def. Äquivalenz

$= ((a \wedge b) \vee (\neg a \wedge \neg b)) \Leftrightarrow c$

Def. Äquivalenz

$= (((a \wedge b) \vee (\neg a \wedge \neg b)) \wedge c) \vee (\neg((a \wedge b) \vee (\neg a \wedge \neg b)) \wedge \neg c)$

DeMorgan, Assoziativität

$= (((a \wedge b) \vee (\neg a \wedge \neg b)) \wedge c) \vee (\neg(a \wedge b) \wedge \neg(\neg a \wedge \neg b) \wedge \neg c)$

2×DeMorgan, 2×Involution

$= (((a \wedge b) \vee (\neg a \wedge \neg b)) \wedge c) \vee ((\neg a \vee \neg b) \wedge (a \vee b) \wedge \neg c)$

Distributivität, Assoziativität

$= (a \wedge b \wedge c) \vee (\neg a \wedge \neg b \wedge c) \vee ((\neg a \vee \neg b) \wedge (a \vee b) \wedge \neg c)$

2×Distributivität, Assoziativität

$= (a \wedge b \wedge c) \vee (\neg a \wedge \neg b \wedge c) \vee (((\neg a \wedge a) \vee (\neg a \wedge b) \vee (\neg b \wedge a) \vee (\neg b \wedge b)) \wedge \neg c)$

Komplement

$= (a \wedge b \wedge c) \vee (\neg a \wedge \neg b \wedge c) \vee (\bot \vee (\neg a \wedge b) \vee (\neg b \wedge a) \vee \bot) \wedge \neg c)$

Neutrales Element, Kommutativität

$= (a \wedge b \wedge c) \vee (\neg a \wedge \neg b \wedge c) \vee (((\neg a \wedge b) \vee (a \wedge \neg b)) \wedge \neg c)$

Distributivität, Assoziativität

$= (a \wedge b \wedge c) \vee (\neg a \wedge \neg b \wedge c) \vee (\neg a \wedge b \wedge \neg c) \vee (a \wedge \neg b \wedge \neg c)$

Lösung zu Normalformen: $(a \Leftrightarrow b) \Leftrightarrow c$

Def. Äquivalenz

$= ((a \land b) \lor (\neg a \land \neg b)) \Leftrightarrow c$

Def. Äquivalenz

$= (((a \land b) \lor (\neg a \land \neg b)) \land c) \lor (\neg((a \land b) \lor (\neg a \land \neg b)) \land \neg c)$

DeMorgan, Assoziativität

$= (((a \land b) \lor (\neg a \land \neg b)) \land c) \lor (\neg(a \land b) \land \neg(\neg a \land \neg b) \land \neg c)$

2×DeMorgan, 2×Involution

$= (((a \land b) \lor (\neg a \land \neg b)) \land c) \lor ((\neg a \lor \neg b) \land (a \lor b) \land \neg c)$

Distributivität, Assoziativität

$= (a \land b \land c) \lor (\neg a \land \neg b \land c) \lor ((\neg a \lor \neg b) \land (a \lor b) \land \neg c)$

2×Distributivität, Assoziativität

$= (a \land b \land c) \lor (\neg a \land \neg b \land c) \lor (((\neg a \land a) \lor (\neg a \land b) \lor (\neg b \land a) \lor (\neg b \land b)) \land \neg c)$

Komplement

$= (a \land b \land c) \lor (\neg a \land \neg b \land c) \lor (\bot \lor (\neg a \land b) \lor (\neg b \land a) \lor \bot) \land \neg c)$

Neutrales Element, Kommutativität

$= (a \land b \land c) \lor (\neg a \land \neg b \land c) \lor (((\neg a \land b) \lor (a \land \neg b)) \land \neg c)$

Distributivität, Assoziativität

$= (a \land b \land c) \lor (\neg a \land \neg b \land c) \lor (\neg a \land b \land \neg c) \lor (a \land \neg b \land \neg c)$

Lösung zu Normalformen: $(a \Leftrightarrow b) \Leftrightarrow c$

Def. Äquivalenz

$$= ((a \wedge b) \vee (\neg a \wedge \neg b)) \Leftrightarrow c$$

Def. Äquivalenz

$$= (((a \wedge b) \vee (\neg a \wedge \neg b)) \wedge c) \vee (\neg((a \wedge b) \vee (\neg a \wedge \neg b)) \wedge \neg c)$$

DeMorgan, Assoziativität

$$= (((a \wedge b) \vee (\neg a \wedge \neg b)) \wedge c) \vee (\neg(a \wedge b) \wedge \neg(\neg a \wedge \neg b) \wedge \neg c)$$

2×DeMorgan, 2×Involution

$$= (((a \wedge b) \vee (\neg a \wedge \neg b)) \wedge c) \vee ((\neg a \vee \neg b) \wedge (a \vee b) \wedge \neg c)$$

Distributivität, Assoziativität

$$= (a \wedge b \wedge c) \vee (\neg a \wedge \neg b \wedge c) \vee ((\neg a \vee \neg b) \wedge (a \vee b) \wedge \neg c)$$

2×Distributivität, Assoziativität

$$= (a \wedge b \wedge c) \vee (\neg a \wedge \neg b \wedge c) \vee (((\neg a \wedge a) \vee (\neg a \wedge b) \vee (\neg b \wedge a) \vee (\neg b \wedge b)) \wedge \neg c)$$

Komplement

$$= (a \wedge b \wedge c) \vee (\neg a \wedge \neg b \wedge c) \vee (\bot \vee (\neg a \wedge b) \vee (\neg b \wedge a) \vee \bot) \wedge \neg c)$$

Neutrales Element, Kommutativität

$$= (a \wedge b \wedge c) \vee (\neg a \wedge \neg b \wedge c) \vee (((\neg a \wedge b) \vee (a \wedge \neg b)) \wedge \neg c)$$

Distributivität, Assoziativität

$$= (a \wedge b \wedge c) \vee (\neg a \wedge \neg b \wedge c) \vee (\neg a \wedge b \wedge \neg c) \vee (a \wedge \neg b \wedge \neg c)$$

Lösung zu Normalformen: $(a \Leftrightarrow b) \Leftrightarrow c$

Def. Äquivalenz

$= ((a \land b) \lor (\neg a \land \neg b)) \Leftrightarrow c$

Def. Äquivalenz

$= (((a \land b) \lor (\neg a \land \neg b)) \land c) \lor (\neg((a \land b) \lor (\neg a \land \neg b)) \land \neg c)$

DeMorgan, Assoziativität

$= (((a \land b) \lor (\neg a \land \neg b)) \land c) \lor (\neg(a \land b) \land \neg(\neg a \land \neg b) \land \neg c)$

2×DeMorgan, 2×Involution

$= (((a \land b) \lor (\neg a \land \neg b)) \land c) \lor ((\neg a \lor \neg b) \land (a \lor b) \land \neg c)$

Distributivität, Assoziativität

$= (a \land b \land c) \lor (\neg a \land \neg b \land c) \lor ((\neg a \lor \neg b) \land (a \lor b) \land \neg c)$

2×Distributivität, Assoziativität

$= (a \land b \land c) \lor (\neg a \land \neg b \land c) \lor (((\neg a \land a) \lor (\neg a \land b) \lor (\neg b \land a) \lor (\neg b \land b)) \land \neg c)$

Komplement

$= (a \land b \land c) \lor (\neg a \land \neg b \land c) \lor (\bot \lor (\neg a \land b) \lor (\neg b \land a) \lor \bot) \land \neg c)$

Neutrales Element, Kommutativität

$= (a \land b \land c) \lor (\neg a \land \neg b \land c) \lor (((\neg a \land b) \lor (a \land \neg b)) \land \neg c)$

Distributivität, Assoziativität

$= (a \land b \land c) \lor (\neg a \land \neg b \land c) \lor (\neg a \land b \land \neg c) \lor (a \land \neg b \land \neg c)$

Lösung zu Normalformen

Lösung Teilaufgabe 2

a	b	c	$a \Leftrightarrow b$	$(a \Leftrightarrow b) \Leftrightarrow c$	$a \wedge b \wedge c$	$\neg a \wedge \neg b \wedge c$	$\neg a \wedge b \wedge \neg c$	$a \wedge \neg b \wedge \neg c$	Erg.
0	0	0	1	0	0	0	0	0	0
0	0	1	1	1	0	1	0	0	1
0	1	0	0	1	0	0	1	0	1
0	1	1	0	0	0	0	0	0	0
1	0	0	0	1	0	0	0	1	1
1	0	1	0	0	0	0	0	0	0
1	1	0	1	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	0	0	0	1

1 Evaluation

2 Übungsblatt 6

3 Graphen

4 Algebra

5 Semi-Thue-Systeme

6 Übungsblatt 7

Aufgabe 1 zu Semi-Thue

Gegeben ist das Semi-Thue-System mit $\Sigma = \{|\}$ und $T = \{|||| \to |, ||| \to |\}$. Gebt alle Ergebnisse der Ableitung des Wortes $||||||$ an.

Aufgabe 1 zu Semi-Thue

Gegeben ist das Semi-Thue-System mit $\Sigma = \{|\}$ und $T = \{|||| \to |, ||| \to |\}$. Gebt alle Ergebnisse der Ableitung des Wortes |||||| an.

Lösung

Wir nummerieren die Regeln:

1. $|||| \to |$
2. $||| \to |$

Nun transformieren wir das Wort:

1. 1. Möglichkeit: $|||||| \to ||| \to |$ (Regel 1,2)
2. 2. Möglichkeit: $|||||| \to |||| \to |$ (Regel 2,1)
3. 3. Möglichkeit: $|||||| \to |||| \to ||$ (Regel 2,2)

Aufgabe 2 zu Semi-Thue

Gegeben ist $\Sigma = \{|\}$ und $T = \{|||| \rightarrow |, ||| \rightarrow |\}$. Beweist, dass das angegebene System für die Wörter aus $L = \{|^n, n \in \mathbb{N}, n \geq 4\}$ nie ein eindeutiges Ableitungsergebnis ergibt.

Aufgabe 2 zu Semi-Thue

Gegeben ist $\Sigma = \{|\}$ und $T = \{|||| \rightarrow |, ||| \rightarrow |\}$. Beweist, dass das angegebene System für die Wörter aus $L = \{|^n, n \in \mathbb{N}, n \geq 4\}$ nie ein eindeutiges Ableitungsergebnis ergibt.

Lösung: Beweis durch Widerspruch

Vorüberlegung: Ein Wort $|^n$ mit $n > 2$ kann abgeleitet werden. (etwa Regel 2). Mögliche Ableitungsergebnise also: $|$ und $||$.

Aufgabe 2 zu Semi-Thue

Gegeben ist $\Sigma = \{|\}$ und $T = \{|||| \to |, ||| \to |\}$. Beweist, dass das angegebene System für die Wörter aus $L = \{|^n, n \in \mathbb{N}, n \geq 4\}$ nie ein eindeutiges Ableitungsergebnis ergibt.

Lösung: Beweis durch Widerspruch

Vorüberlegung: Ein Wort $|^n$ mit $n > 2$ kann abgeleitet werden. (etwa Regel 2). Mögliche Ableitungsergebnise also: $|$ und $||$.
Betrachte $|$. Es kann durch $||||$ oder durch $||| \notin L$ entstehen. Ersteres kann zu $||$ abgeleitet werden, also nicht eindeutig ableitbar. $|||$ kann aus $|||||$ oder $||||||$ entstehen, beides kann auch zu $||$ abgeleitet werden.
$\Rightarrow$ kein Wort aus L kann eindeutig zu $|$ abgeleitet werden.

Aufgabe 2 zu Semi-Thue

Gegeben ist $\Sigma = \{|\}$ und $T = \{|||| \to |, ||| \to |\}$. Beweist, dass das angegebene System für die Wörter aus $L = \{|^n, n \in \mathbb{N}, n \geq 4\}$ nie ein eindeutiges Ableitungsergebnis ergibt.

Lösung: Beweis durch Widerspruch

Vorüberlegung: Ein Wort $|^n$ mit $n > 2$ kann abgeleitet werden. (etwa Regel 2). Mögliche Ableitungsergebnise also: $|$ und $||$.
Betrachte $|$. Es kann durch $||||$ oder durch $||| \notin L$ entstehen. Ersteres kann zu $||$ abgeleitet werden, also nicht eindeutig ableitbar. $|||$ kann aus $|||||$ oder $||||||$ entstehen, beides kann auch zu $||$ abgeleitet werden.
$\Rightarrow$ kein Wort aus L kann eindeutig zu $|$ abgeleitet werden.
Analog für $||$: Entsteht aus $||||$ oder $|||||$, beides kann zu $|$ werden.
$\Rightarrow$ kein Wort aus L kann eindeutig zu $||$ abgeleitet werden.

Aufgabe 3 zu Semi-Thue

Gebt für folgende Semi-Thue-Systeme an, ob diese für bestimmte Eingaben von Wörtern aus der Sprache $L = \{|^n, n \in \mathbb{N}\}$ terminieren oder nicht und begründet eure Aussage.

1. $\Sigma = \{|\}$ und $T = \{|| \to |, \varepsilon \to |\}$
2. $\Sigma = \{|\}$ und $T = \{||| \to |, |||| \to ||\}$
3. $\Sigma = \{|\}$ und $T = \{||| \to |, | \to ||\}$
4. $\Sigma = \{a, b\}$ und $T = \{aaa \to a, aa \to b, a \to aa\}$, Eingabe $\{a, b\}^n, n \in \mathbb{N}$

Aufgabe 3 zu Semi-Thue

Gebt für folgende Semi-Thue-Systeme an, ob diese für bestimmte Eingaben von Wörtern aus der Sprache $L = \{|^n, n \in \mathbb{N}\}$ terminieren oder nicht und begründet eure Aussage.

1. $\Sigma = \{|\}$ und $T = \{|| \rightarrow |, \varepsilon \rightarrow |\}$
   Terminiert nie, da Semi-Thue-Systeme mit ε-Regeln nicht terminieren.
2. $\Sigma = \{|\}$ und $T = \{||| \rightarrow |, |||| \rightarrow ||\}$
3. $\Sigma = \{|\}$ und $T = \{||| \rightarrow |, | \rightarrow ||\}$
4. $\Sigma = \{a, b\}$ und $T = \{aaa \rightarrow a, aa \rightarrow b, a \rightarrow aa\}$,
   Eingabe $\{a, b\}^n, n \in \mathbb{N}$

Aufgabe 3 zu Semi-Thue

Gebt für folgende Semi-Thue-Systeme an, ob diese für bestimmte Eingaben von Wörtern aus der Sprache $L = \{|^n, n \in \mathbb{N}\}$ terminieren oder nicht und begründet eure Aussage.

1. $\Sigma = \{|\}$ und $T = \{|| \rightarrow |, \varepsilon \rightarrow |\}$
   Terminiert nie, da Semi-Thue-Systeme mit ε-Regeln nicht terminieren.
2. $\Sigma = \{|\}$ und $T = \{||| \rightarrow |, |||| \rightarrow ||\}$
   Terminiert immer, da die Wortlänge bei jeder Regelanwendung echt kleiner wird.
3. $\Sigma = \{|\}$ und $T = \{||| \rightarrow |, | \rightarrow ||\}$
4. $\Sigma = \{a, b\}$ und $T = \{aaa \rightarrow a, aa \rightarrow b, a \rightarrow aa\}$,
   Eingabe $\{a, b\}^n, n \in \mathbb{N}$

Aufgabe 3 zu Semi-Thue

Gebt für folgende Semi-Thue-Systeme an, ob diese für bestimmte Eingaben von Wörtern aus der Sprache $L = \{|^n, n \in \mathbb{N}\}$ terminieren oder nicht und begründet eure Aussage.

1. $\Sigma = \{|\}$ und $T = \{|| \to |, \varepsilon \to |\}$
   Terminiert nie, da Semi-Thue-Systeme mit ε-Regeln nicht terminieren.
2. $\Sigma = \{|\}$ und $T = \{||| \to |, |||| \to ||\}$
   Terminiert immer, da die Wortlänge bei jeder Regelanwendung echt kleiner wird.
3. $\Sigma = \{|\}$ und $T = \{||| \to |, | \to ||\}$
   Terminiert nie, Beispiel: $| \to || \to ||| \to | \to \cdots$
4. $\Sigma = \{a, b\}$ und $T = \{aaa \to a, aa \to b, a \to aa\}$,
   Eingabe $\{a, b\}^n, n \in \mathbb{N}$

Aufgabe 3 zu Semi-Thue

Gebt für folgende Semi-Thue-Systeme an, ob diese für bestimmte Eingaben von Wörtern aus der Sprache $L = \{|^n, n \in \mathbb{N}\}$ terminieren oder nicht und begründet eure Aussage.

1. $\Sigma = \{|\}$ und $T = \{|| \to |, \varepsilon \to |\}$
   Terminiert nie, da Semi-Thue-Systeme mit ε-Regeln nicht terminieren.
2. $\Sigma = \{|\}$ und $T = \{||| \to |, |||| \to ||\}$
   Terminiert immer, da die Wortlänge bei jeder Regelanwendung echt kleiner wird.
3. $\Sigma = \{|\}$ und $T = \{||| \to |, | \to ||\}$
   Terminiert nie, Beispiel: $| \to || \to ||| \to | \to \cdots$
4. $\Sigma = \{a, b\}$ und $T = \{aaa \to a, aa \to b, a \to aa\}$,
   Eingabe $\{a, b\}^n, n \in \mathbb{N}$
   Terminiert nicht immer, betrachte erste und letzte Regel, dann wie in 3. (Terminiert genau dann, wenn die Eingabe die Form b^n, $n \in \mathbb{N}$ hat.)

1. Evaluation
2. Übungsblatt 6
3. Graphen
4. Algebra
5. Semi-Thue-Systeme
6. Übungsblatt 7

Tipps fürs nächste Übungsblatt

Keine – Trozdem noch Frohe Weihnachten!