

Astronomische Untersuchungen mit Astrolab

von

Joachim Breitner

Seminarkurs SGH 12.1

Januar 2003

Inhaltsverzeichnis

Räumliches Modell im Gäu.....	3
Newtonsche Gesetze.....	5
Erste Newtonsche Gesetz (Trägheitsprinzip):.....	5
Zweite Newtonsche Gesetz (Beschleunigungsprinzip):.....	5
Dritte Newtonsches Gesetz (Reaktionsprinzip):.....	5
Aufgabe 3: Keplersche Gesetze.....	6
Erstes Keplersche Gesetz:	6
Zweites Keplersche Gesetz:.....	6
Drittes Keplersche Gesetz:.....	6
Scheinbare Bahnen der Venus und des Mars.....	7
Die Venus.....	7
Der Mars.....	7
Energiebetrachtungen.....	8
Kometenbahnen.....	9

Verzeichnis der Schaubilder

Schaubild 1 Das Trägheitsprinzip.....	5
Schaubild 2 Überstrichene Flächen.....	6
Schaubild 3 Scheinbare Venusbahn.....	7
Schaubild 4 Scheinbare Marsbahn.....	7
Schaubild 5 Energien der Kreisbahn.....	8
Schaubild 6 Energien der schwach elliptischen Bahn.....	8
Schaubild 7 Energien der stark elliptischen Bahn.....	8
Schaubild 8 Energien des Sturzes.....	8

Verzeichnis der Abbildungen

Abbildung 1 Planetenbahnen im Gäu.....	4
Abbildung 2 Sonne in Modellgröße.....	4
Abbildung 3 Erde und Mond in Modellgröße.....	4
Abbildung 4 Planetenbahnen in Astrolab.....	6
Abbildung 5 Venusphasen.....	7
Abbildung 6 Kometenbahnen.....	9

Quellenangaben

<http://www.afra.ch/sek-aadorf/Infos/Astronomie/Micha/wissenspeicherindex.html>
<http://www.afra.ch/sek-aadorf/Infos/Astronomie/Sonnensystem/Zahlen.html>
http://www.idv.uni-linz.ac.at/kepler/keplersche_gesetze/
<http://newmedia.idv.edu/thema/kegelschnitte/EllipseEinleitung.htm>
<http://www.astro.uni-bonn.de/~geffert/komet1.html>
<http://www.aloha.com/~isaac/3laws/3laws.htm>

Räumliches Modell im Gäu

<i>Körper</i>	<i>Größe (Durchmesser)</i>	<i>Abstand zur Sonne</i>
Sonne	1 392 000 KM	
Merkur	48 78 KM	57,9 MIO KM
Venus	12 104 KM	108,2 MIO KM
Erde	12 756 KM	149,6 MIO KM
Mars	6 794 KM	227,9 MIO KM
Jupiter	142 984 KM	779 MIO KM
Saturn	120 536 KM	1 432 MIO KM
Uranus	51 120 KM	2 884 MIO KM
Neptun	4 952 KM	4 509 MIO KM
Pluto	2 300 KM	5 966 MIO KM

Im Modell skalieren wir das Sonnensystem so, dass die Sonne auf dem Marktplatz und die Erde im SGH zu finden sind. Der Abstand Marktplatz zum SGH beträgt 760_M, daraus ergibt sich ein Maßstab von 760_M zu 1 AE oder 1:196 839 342. Die Sonne wird dabei eine Kugel mit einem Durchmesser von 7_M, die Erde ein Kügelchen mit 6,4_{CM} Durchmesser. Der Erdmond mit seinen eigentlich 3476_{KM} Durchmesser schrumpft auf 1,8_{CM}, der mit einem Abstand von 1,77_M um die Erde kreist. Dieses wurde in Abbildung 2 und 3 mittels Bildmanipulation dargestellt. Man beachte dass die Größenverhältnisse keine wissenschaftliche Genauigkeit haben, aber die Dimensionen gut vermitteln. Auch liegt die Sonne in Wirklichkeit weder in einem Brunnen, noch werden Erde und Mond von legendären Physiklehrern gehalten.

Legt man die Planetenbahnen maßstabsgetreu um Herrenberg herum, wie in Abbildung 1 gezeigt, so drängen sich die inneren Planeten alle im Bereich der Gemeinde Herrenberg, wahren Neptun und Pluto bis nach Tübingen beziehungsweise Reutlichen gelangen.

Die nächsten Sterne, Proxima Centauri mit 4,2 LICHTJAHREN und Alpha Centauri mit 4,4 LICHTJAHREN würden in unserem Modell immer noch 201 861_{KM} bzw. 211 473_{KM} entfernt sein, das wären etwa zwei Drittel des echten Abstandes der Erde zum Mond.

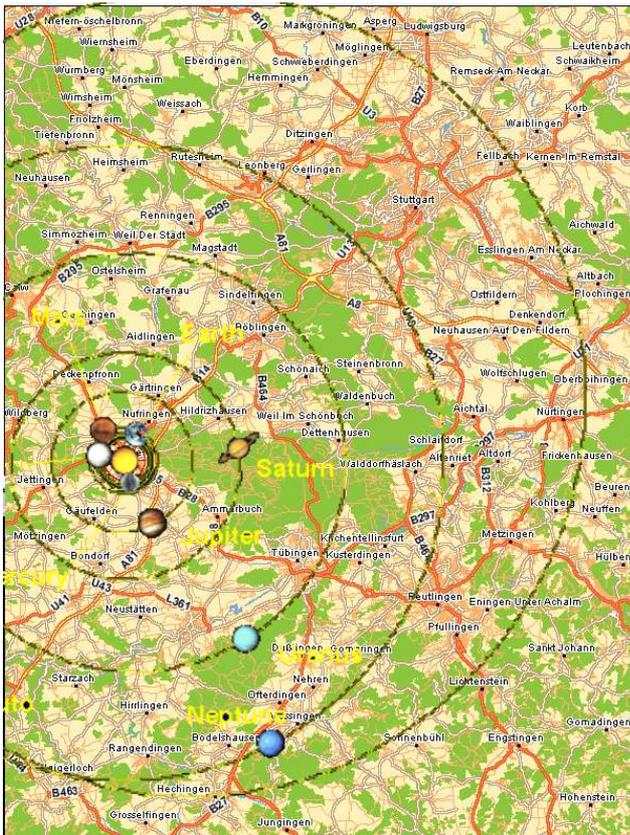


Abbildung 1 Planetenbahnen im Gäu



Abbildung 2 Sonne in Modellgröße



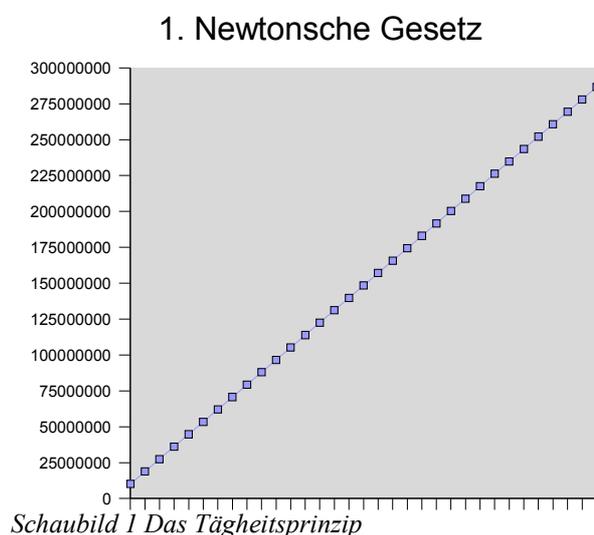
Abbildung 3 Erde und Mond in Modellgröße

Newton'sche Gesetze

Erste Newton'sche Gesetz (Trägheitsprinzip):

Jeder Körper verharrt im Zustand der Ruhe oder gleichförmig geradliniger Bewegung, solange keine Kraft auf ihn wirkt.

In Astrolab lies sich diese Gesetz untersuchen, in dem man einem Körper am Ursprung eine Geschwindigkeit zuweist und die Veränderung der Position festhält, ohne weitere Körper zu simulieren. Während die Geschwindigkeit konstant bleibt, ändert sich die Position linear, wie Schaubild 1 anschaulich darstellt.



Zweite Newton'sche Gesetz (Beschleunigungsprinzip):

Wirkt auf einen Körper eine Kraft, so wird er in Richtung der Kraft beschleunigt. Die Beschleunigung ist der Kraft direkt, der Masse des Körpers umgekehrt proportional.

Dritte Newton'sches Gesetz (Reaktionsprinzip):

Besteht zwischen zwei Körpern A und B eine Kraftwirkung, so ist die Kraft, welche von A auf B ausgeübt wird, der Kraft, die B auf A ausübt entgegengesetzt gleich (Actio = Reactio).

Für diese beiden Gesetze verwendete ich folgenden Versuchsaufbau: Eine Erde und eine Sonne werden beweglos platziert. Die Erde beginnt sich nach dem 2. Newton'schen Gesetz in Richtung Sonne zu bewegen. Auf beide Körper wirkt dabei eine Kraft, berechenbar aus der Masse und der Beschleunigung, die sich wiederum aus der Änderungsrate der Positionen der Körper berechnen lässt. All dies geschieht praktisch im eindimensionalen Raum. Hier eine exemplarischer Messpunkt:

Erde		Sonne	
Position	Geschwindigkeit	Position	Geschwindigkeit
5 130 KM	7,52 m/s	150 000 KM	-0,0000238 m/s
Beschleunigung	Kraft	Beschleunigung	Kraft
7,92 m/s ²	4,74*10 ²⁵ N	-0,0000238 m/s ²	4,74*10 ²⁵ N

Obwohl beide Körper zu Beginn des Experimentes still standen, befinden sich jetzt beide in Bewegung. Das ist ein Resultat der wirkenden Kräfte. Auch ließ sich zeigen dass die Kräfte stets gleich groß sind (mit einem Fehler von weniger als einem Prozent).

Aufgabe 3: Keplersche Gesetze

Erstes Keplersche Gesetz:

Die Planeten bewegen sich auf Ellipsenbahnen, in deren einem Brennpunkt die Sonne steht.

Dieses Gesetz lässt sich – wenn auch nicht ganz mathematisch korrekt – mit dem Auge überprüfen. In Abbildung 4 sieht man einen Planeten und einen Kometen auf ihren eindeutig elliptischen Bahnen um die Sonne im Zentrum. Man bedenke dabei, dass auch ein Kreis nur ein Spezialfall der Ellipse ist.

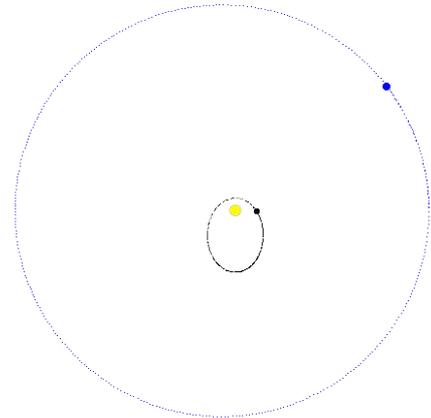


Abbildung 4 Planetenbahnen in Astrolab

Zweites Keplersche Gesetz:

Die Verbindungslinie von der Sonne zu einem Planeten überstreicht in gleichen Zeiten gleiche Flächen.

Für diese beiden Gesetze braucht man einen Simulationslauf mit zwei Planeten und einer Sonne. Die Fläche, die die Verbindungslinie bei gleichen Zeiten (hier: ein Tag) überstreicht, approximiere ich mit dem Dreieck, das die Verbindungslinien aufspannen. In Schaubild 2, das die Flächen des Kometen darstellt, dass sie in der Tat konstant sind. Die vereinzelt Werte außerhalb des Normalen entstehen aus Integrationschritten nicht auf die Tagesgrenze fallen. Dabei erkennt diese mathematische Natur des Fehlers daran, dass diese auf einen von nur zwei Werten (entweder $\frac{1}{4}$ oder $\frac{1}{2}$ mehr als der normale Wert) fallen.

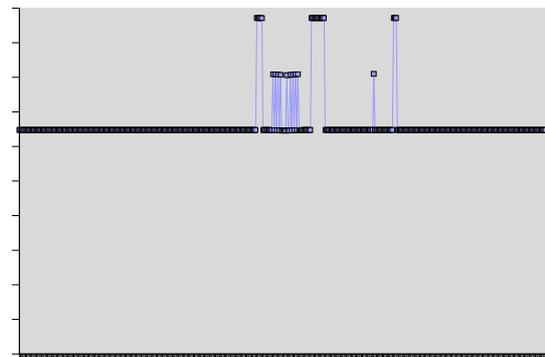


Schaubild 2 Überstrichene Flächen

Drittes Keplersche Gesetz:

Die dritten Potenzen der halben Hauptachsen der Planeten zur Sonne sind proportional zu den Quadraten der Umlaufbahnen.

Bei der Wahl der Startwerte stellte ich sicher, dass jede Hauptachse auf einer Koordinatenachse liegt. So konnte ich die halben Hauptachsen als halbe Differenz der Maximal- und Minimalwerte der entsprechenden Koordinaten berechnen. So errechnete ich bei der Erde (Halbachse: 168 Mio km, Umlaufzeit: 420 Tage) ein Verhältnis von der dritten Potenz der halben Hauptachse zu dem Quadrat der Umlaufzeit von $2,68 \times 10^{19} \text{ km}^3 \cdot \text{TAGE}^{-2}$, bei dem Komet (Halbachse: 84 Mio km, Umlaufzeit: 150 Tage) von $2,66 \times 10^{19} \text{ km}^3 \cdot \text{TAGE}^{-2}$.

Scheinbare Bahnen der Venus und des Mars

Die Venus

Die Winkel der Venus gegen die Sonne beschreibt eine sinusähnliche Kurve mit recht geringem Ausschlag, in meiner Simulation nur -15° bis 15° . Die Venus ist in der Tat nur in unmittelbarer Nähe der Sonne zu finden.

Da man sie, wie jeden anderen Planeten, nur dann sehen kann, wenn die Sonne noch nicht auf- oder bereits

untergegangen ist, sieht man die Venus nur kurz vor Sonnenauf- oder nach Sonnenuntergang, daher die Bezeichnung Morgen- und Abendstern. Im Schaubild sind das jeweils die Bereiche, in denen der Planet weit oberhalb beziehungsweise unterhalb der Achse steht. Dann, wenn der Graph nah an die Achse kommt, befindet sich die Venus entweder vor oder hinter der Sonne und geht gleichzeitig mit ihr auf und unter und kann deswegen ohne Hilfsmittel nicht gesehen werden.

Die mondähnliche Erscheinung der Venus im Fernrohr, wie sie zuerst Galileo Galilei gesehen hat, entsteht dadurch, dass wir nicht immer die von der Sonne bestrahlte Seite der Venus sehen. Im Schaubild 3 sind die Extrempunkte die Punkte, an denen die Venus rechtwinklig zur Erd-Sonne-Achse steht, und wir sehen eine Halbvenus. Nahe den Nullpunkten des Schaubildes steht die Venus entweder hinter der Sonne, und wir sehen sie kreisrund, oder sie steht vor der Sonne, und es ist „Neuvenus.“

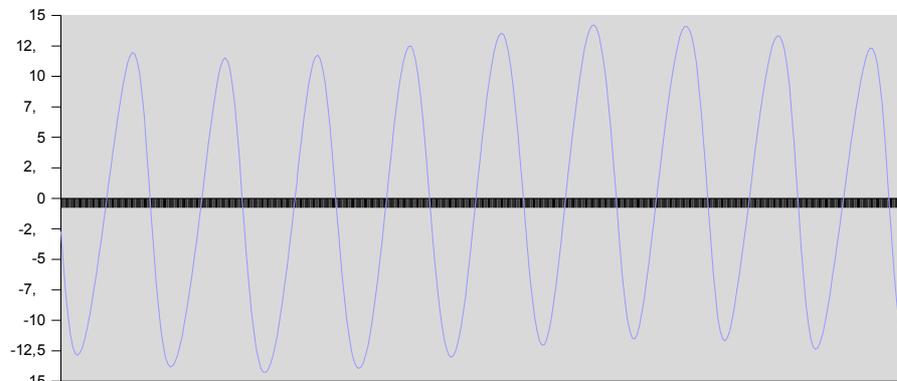


Schaubild 3 Scheinbare Venusbahn

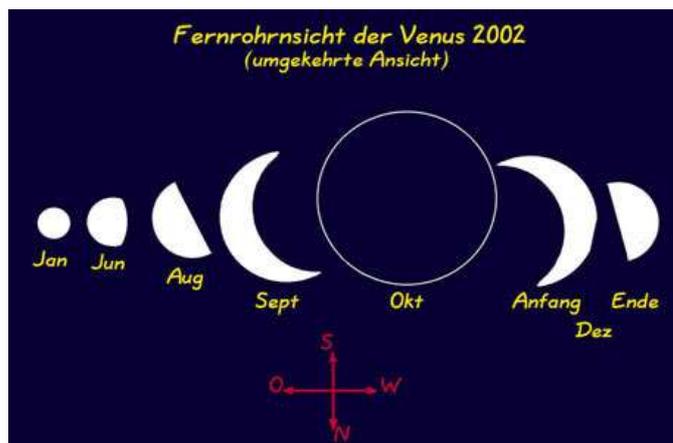


Abbildung 5 Venusphasen

Der Mars

Die scheinbare Position des Marses am Sternenhimmel stellt Schaubild 4 dar. Meistens bewegt sich der Mars wie erwartet in eine Richtung dem Himmel entlang. Da aber die Erde als der Sonne näherer Planet eine kürzere Umlaufzeit hat, überholt sie den Mars fast jedes Jahr einmal. In dieser Zeit scheint der Mars sich entgegen seiner normalen Richtung zu bewegen, wie man im Schaubild schön an den beiden Wendepunkten und dem wachsenden Graph dazwischen erkennen kann. Bedingt durch die Neigungen der Bahnachsen von Erde und Mars zueinander läuft der Mars nicht nur ein-, sondern zweidimensional rückwärts und beschreibt von der Erde aus gesehen eine Schleife.

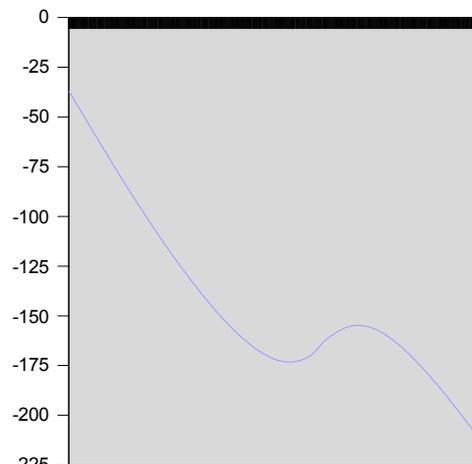


Schaubild 4 Scheinbare Marsbahn

Energiebetrachtungen

Ein Körper in unserem Modell besitzt zwei Energiegrößen: die potentielle und die kinetische Energie. Die kinetische Energie heißt auch Bewegungsenergie und ist das halbe Produkt aus Masse und quadrierter Geschwindigkeit des Objektes. Die potentielle Energie ist die Gegenzahl des Produktes der beiden Massen und der Gravitationskonstante geteilt durch den Abstand, und stets negativ. Das zeigt, dass man Energie reinstecken muss, um den Abstand der Massen zu erhöhen. Die Summe der beiden ist im geschlossenen Modell stets konstant. Ausserdem ist sie negativ, was heißt, dass der Körper nie seine Bahn um die Sonne verlässt. Hätte diese Energie einen positiven Wert, dann würde der Körper die Sonne auf Nimmerwiedersehen verlassen.

Für die vier Situationen Kreisbahn, schwach elliptische und stark elliptische Bahn und Sturz auf die Sonne sind im folgenden Schaubilder erstellt. Dabei sieht man schön den konstanten Wert der Gesamtenergie und die Ausschläge der kinetischen und potentiellen Energie nahe der Sonne. Auch erkennt man dass die Bewegungsenergie beim Sturz auf die Sonne zu Beginn null ist und sich dann aus der Potentialenergie speist.

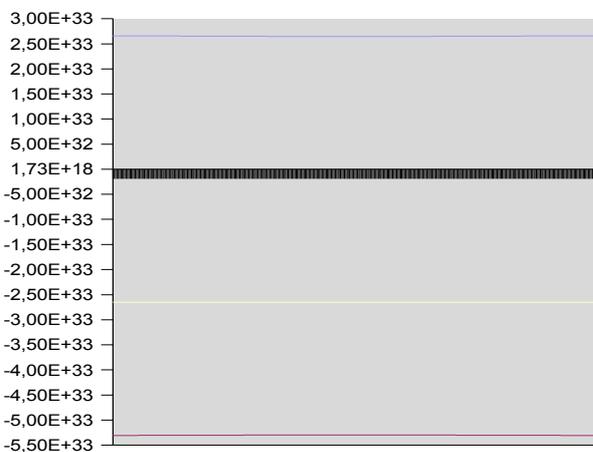


Schaubild 5 Energien der Kreisbahn

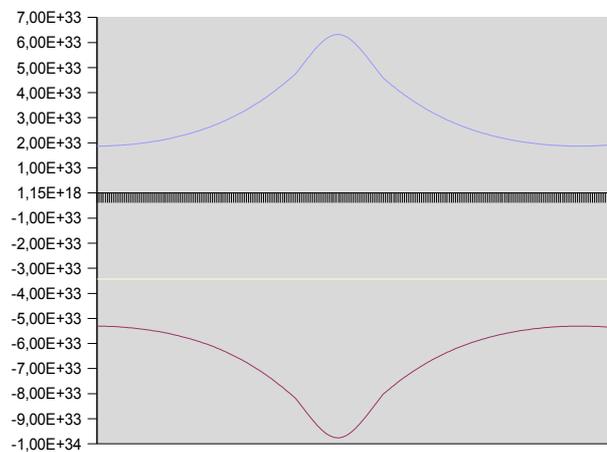


Schaubild 6 Energien der schwach elliptischen Bahn

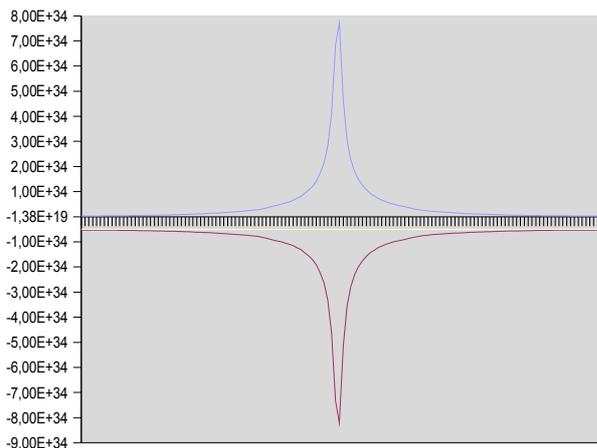


Schaubild 7 Energien der stark elliptischen Bahn

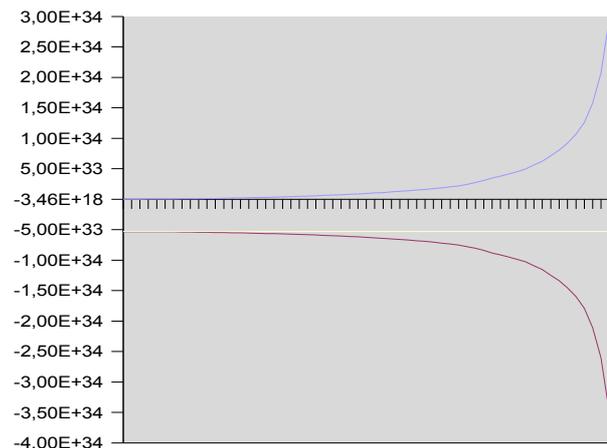


Schaubild 8 Energien des Sturzes

Kometenbahnen

Wie bereits in der vorherigen Aufgabe festgestellt, bleiben Himmelskörper im Orbit eines anderen wenn die Summe aus potentieller Energie und kinetischer Energie kleiner Null ist. Das ist der Fall bei allen Planeten und Monden, sowie allen wiederkehrenden Kometen wie bei dem Komet Halley. Falls die Gesamtenergie größer als Null ist, dann besuchen die Kometen den Stern nur einmal und verschwinden dann auf Nimmerwiedersehen in den Weiten des Alls. Dabei beschreiben sie eine Hyperbel. Bei dem Spezialfall Gesamtenergie gleich Null kehren die Kometen zwar auch nicht zurück, würden aber theoretisch in der Unendlichkeit zum Stehen kommen. Diese beschreiben eine Parabel. In Abbildung 6 sind diese drei Bahnen direkt in Astrolab simuliert und zur besseren Lesbarkeit verdickt und eingefärbt. In jedem Fall ist der kleinste Abstand zur Sonne 20 Mio km, die Geschwindigkeit an diesem Punkt entweder größer, gleich oder kleiner als 115 km/s. Eine Kreisbahn entsteht übrigens wenn die kinetische Energie gleich dem halben Betrag der potentiellen Energie ist.

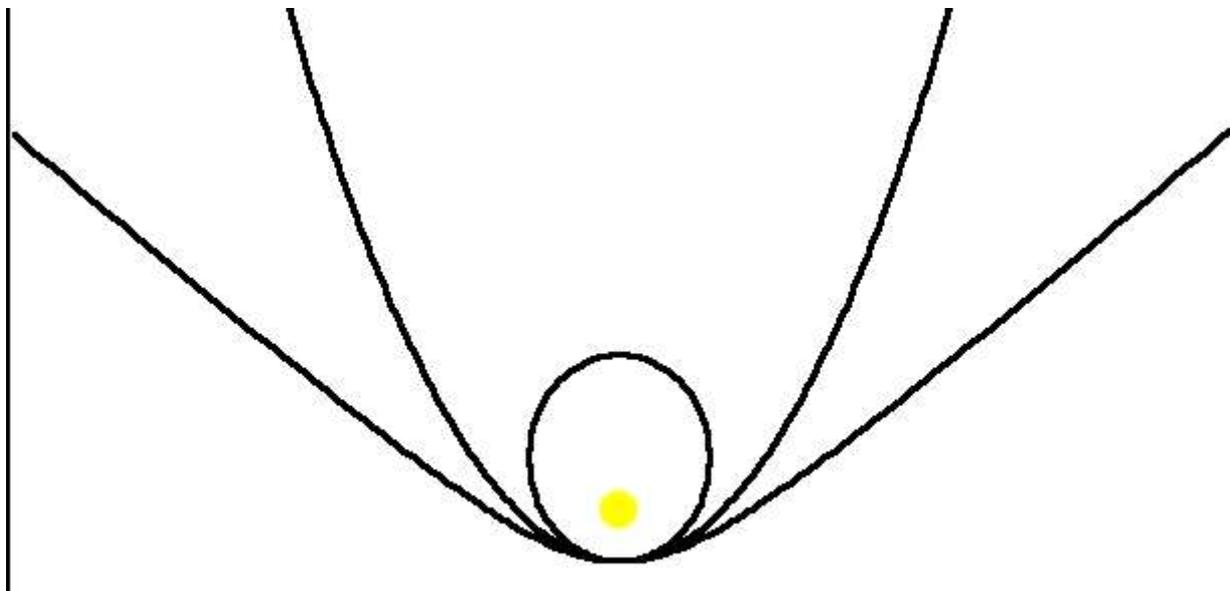


Abbildung 6 Kometenbahnen

Kometen sind in der Astronomie in sofern besonders interessant, da sie recht selten auftauchen. Der Komet mit der kürzesten Periode von 76 Jahren ist schon seit der Zeit der alten Chinesen bekannt, doch mehr als zwei Kometen wurden erst in den letzten 200 Jahren entdeckt. Viele Kometen haben eine solch große Periode, dass man sie erst ein Mal gesehen hat. Für Hobbyastronomen ist interessant dass der Komet den Namen des Entdeckers erhält und es noch Unmengen Kometen zu entdecken gibt, die noch kein Mensch gesehen hat.

Als Nebenbemerkung sei noch erwähnt: Der Schweif des Kometen wird nicht vom „Fahrtwind“ verursacht, sondern ist ein Produkt des Sonnenwindes. Er tritt auf sobald der Komet im Bereich der inneren Planeten ist und zeigt stets von der Sonne weg. Da er aus Material vom Kometen selbst besteht, besitzt ein Komet eine durchschnittliche Lebensdauer von etwa 100 Umläufen.